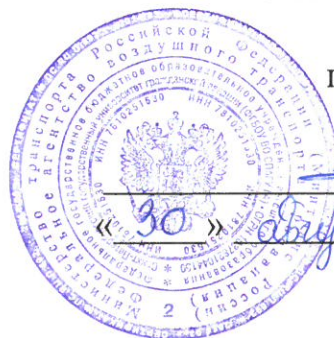


МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
(МИНТРАНС РОССИИ)  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)  
ФГБОУ ВО «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»  
(ФГБОУ ВО СПбГУ ГА)

УТВЕРЖДАЮ



Первый  
проректор-проректор  
по учебной работе  
Н.Н. Сухих  
2017 года

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Методы оптимизации

Направление подготовки  
01.03.04 Прикладная математика

Направленность программы (профиль)  
Математическое и программное обеспечение систем управления

Квалификация выпускника  
бакалавр

Форма обучения  
очная

Санкт-Петербург  
2017

## 1 Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Методы оптимизации» является формирование знаний, умений, навыков и компетенций для понимания и оценки существующих алгоритмов решения оптимизационных задач, разработки новых методов и подходов в теории оптимизации, способности применять освоенный математический аппарат для оптимизации конкретных практических процессов, в частности в области транспортной логистики.

Задачами освоения дисциплины являются:

- знакомство студентов с прикладными оптимизационными моделями, возникающими при анализе различных реальных процессов;
- изучение различных типов оптимизационных моделей и их классификация;
- обзор основных математических методов, применяемых для решения оптимизационных задач;
- анализ известных алгоритмов оптимизации;
- знакомство с численными методами оптимизации.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к научно-исследовательскому виду профессиональной деятельности.

## 2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Методы оптимизации» представляет собой дисциплину, относящуюся к Базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Методы оптимизации» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплин: «Математическое моделирование», «Линейное и динамическое программирование», «Математическое программирование», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Основы функционального анализа», «Дифференциальные уравнения», «Дополнительные главы математического анализа».

Дисциплина «Методы оптимизации» является обеспечивающей для дисциплины «Исследование операций».

Дисциплина изучается в 7 семестре.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины «Методы оптимизации» направлен на формирование следующих компетенций:

Перечень и код компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
Готовность к самостоятельной работе (ОПК-1)	Знать: - теорию безусловной и условной оптимизации функций.

Перечень и код компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выбирать адекватный метод решения задач по оптимизации функций.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- численными методами решения задач по оптимизации функций.</li> </ul>
Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат (ПК-9)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные типы экстремальных задач.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сводить прикладные задачи к задачам оптимизации.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами формализации прикладных задач и представления их в форме оптимизационных задач.</li> </ul>
Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук (ПК-12)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теорию безусловной и условной оптимизации функционалов.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выбирать адекватный метод решения задач по оптимизации функционалов.</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- численными методами решения задач по оптимизации функционалов.</li> </ul>

#### 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестр
		7
Общая трудоемкость дисциплины	108	108
Контактная работа:	70	70
лекции	14	14
практические занятия	52	52
семинары	-	-
лабораторные работы	-	-
курсовой проект (работа)	4	4
Самостоятельная работа студента	11	11
Промежуточная аттестация	27	27



## 5 Содержание дисциплины

### 5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции			Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК -1	ПК - 9	ПК - 12		
Тема 1. Оптимизация функций	12	+	+		ВК, Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 2. Необходимые условия экстремума функционала	18		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 3. Достаточные условия экстремума функционала	22		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 4. Задачи условной оптимизации функционалов	13		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 5. Численные методы оптимизации	12	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Всего по дисциплине	77					
Курсовая работа (проект)	4					
Промежуточная аттестация	27					
Итого по дисциплине	108					

ВК – входной контроль, Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ПАР – письменная аудиторная работа.

### 5.2 Темы(разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КП	Всего часов
Тема 1. Оптимизация функций	2	8			2		12
Тема 2. Необходимые условия экстремума функционала	4	12			2		18
Тема 3. Достаточные условия экстремума функционала	4	16			2	2	24
Тема 4. Задачи условной оптимизации функционалов	2	8			3		13
Тема 5. Численные методы оптимизации	2	8			2	2	14



Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КП	Всего часов
Всего по дисциплине	14	52			11	4	81
Промежуточная аттестация							27
Итого по дисциплине							108

Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, С – семинар, СРС – самостоятельная работа студента, КР – курсовая работа (проект), ЛР – лабораторная работа.

### 5.3 Содержание дисциплины

#### Тема 1. Оптимизация функций

Понятие экстремума функции. Локальные и глобальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции одной и нескольких переменных. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств. Метод множителей Лагранжа. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Задача математического программирования. Выпуклое программирование.

#### Тема 2. Необходимые условия экстремума функционала

Понятие функционала. Экстремумы функционала. Задачи о брахистохроне и о поверхности вращения с наименьшей площадью. Близость кривых 0 и 1 порядка. Сильный и слабый экстремум. Линейные функционалы. Первая вариация функционала. Лемма о представлении первой вариации. Необходимое условие экстремума. Классическая задача вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Случаи упрощения уравнения Эйлера. Функционалы, зависящие от нескольких функций (система уравнений Эйлера) и от производных старшего порядка (уравнение Эйлера - Пуассона). Функционалы, зависящие от функции нескольких переменных (уравнение Остроградского). Классическая вариационная задача с подвижными границами. Случаи свободной границы и границы, лежащей на некоторой кривой (условия трансверсальности). Экстремали с угловыми точками. Односторонние вариации.

#### Тема 3. Достаточные условия экстремума функционала

Понятие второй вариации функционала. Достаточные условия экстремума функционала. Достаточные условия слабого экстремума в классической вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума в классической вариационной задаче. Каноническая форма уравнений Эйлера. Функция Гамильтона.

#### Тема 4. Задачи условной оптимизации функционалов

Задача Лагранжа на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задачи Майера и Больца. Задача программного управления. Оптимальные про-

граммные уравнения. Принцип максимума Понтрягина. Задача оптимального демпфирования. Уравнение Беллмана. Связь с оптимальным программным управлением.

### Тема 5. Численные методы оптимизации

Градиентные методы поиска экстремума функции. Прямые методы в вариационных задачах. Методы Эйлера и Рунге.

#### 5.4. Практические занятия (семинары)

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
1	Практическое занятие 1-2. Безусловная и условная оптимизация функций. Задачи с ограничениями типа равенств.	4
	Практическое занятие 3-4. Условная оптимизация функций. Задачи с ограничениями типа неравенств. Выпуклое программирование.	4
2	Практическое занятие 5. Основные понятия теории функционалов. Первая вариация функционала.	2
	Практическое занятие 6-7. Необходимые условия безусловного экстремума в классической вариационной задаче. Уравнение Эйлера.	4
	Практическое занятие 8. Обобщения классической задачи вариационного исчисления.	2
	Практическое занятие 9-10. Вариационное исчисление. Анализ необходимых условий экстремума функционала.	4
3	Практическое занятие 11-12. Вторая вариация функционала.	4
	Практическое занятие 13-14. Достаточные условия слабого экстремума функционала.	4
	Практическое занятие 15-16. Достаточные условия сильного экстремума функционала.	4
	Практическое занятие 17-18. Уравнения Эйлера в канонической форме. Функция Гамильтона.	4
4	Практическое занятие 19. Задача Лагранжа на условный экстремум функционала.	2
	Практическое занятие 20. Задачи Больца и Майера.	2



Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
	Практическое занятие 21-22. Применение вариационного исчисления в теории управления.	4
5	Практическое занятие 23-24. Численные методы поиска экстремума функции.	4
	Практическое занятие 25-26. Численные методы поиска экстремума функционала.	4
Итого по дисциплине		52

### 5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

### 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
1	1. Изучение теоретического материала «Оптимизация функций» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	2
2	1. Изучение теоретического материала «Необходимые условия экстремума функционала» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 3, 5]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	2
3	1. Изучение теоретического материала «Достаточные условия экстремума функционала» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 4, 5]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	2
4	1. Изучение теоретического материала «Задачи условной оптимизации функционалов» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 4, 6]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	3
5	1. Изучение теоретического материала «Численные методы оптимизации» (конспект лекций и	2



Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
	рекомендуемая литература [1, 3, 6-10]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	
Итого по дисциплине		11

### 5.7 Курсовые работы (проекты)

Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Трудоемкость (часы)
Этап 1. Выдача задания на курсовую работу (проект)	2
Этап 2. Выполнение раздела «Введение»	4
Этап 3. Выполнение раздела «Основная часть»	10
Этап 4. Выполнение разделов «Заключение», «Выводы».	4
Этап 5. Оформление курсовой работы (проекта)	2
Защита курсовой работы (проекта)	2
Итого по курсовой работе (проекту):	24
самостоятельная работа студента, отведенная на выполнение курсовой работы (проекта)	20
согласно учебному плану	4

### 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Лесин, В.В. **Основы методов оптимизации** [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 344 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/86017>. — Загл. с экрана.

2. Пантелеев, А.В. **Методы оптимизации в примерах и задачах** [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460> . — Загл. с экрана.

3. Колбин, В.В. **Специальные методы оптимизации** [Электронный ресурс] / В.В. Колбин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 384 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/41015> — Загл. с экрана.

б) дополнительная литература:

4. Ключин Я.Г. **Методы оптимизации**: Учеб.пособ.для вузов. Допущ. УМО [Текст] / Я. Г. Ключин. - СПб. : ГУГА, 2011. - 85с. Количество экземпляров 116.

5. Кочегурова, Е. А. **Теория и методы оптимизации: учеб. пособие для академического бакалавриата** / Е. А. Кочегурова. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 133 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-04125-5. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/5883A707-7B1C-45FC-A058-FB3173DA3077](http://www.biblio-online.ru/book/5883A707-7B1C-45FC-A058-FB3173DA3077) — Загл. с экрана.

6. Болдырев, Ю. Я. **Вариационное исчисление и методы оптимизации: учеб. пособие для вузов** / Ю. Я. Болдырев. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 240 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-01707-6. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/30007E0F-2232-4128-86CA-7DB7A0EEEE04](http://www.biblio-online.ru/book/30007E0F-2232-4128-86CA-7DB7A0EEEE04) — Загл. с экрана.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

7. **Научное сообщество** [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://mathinfinity.net.ru/>, свободный (дата обращения: 27.07.2017).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

8 **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>, свободный (дата обращения: 27.07.2017).

9 **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный (дата обращения: 27.07.2017).

10 **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный (дата обращения: 27.07.2017).

## **7 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Компьютерные классы кафедры № 8 (ауд.: 800, 801, 803, 804) с доступом в Интернет, переносной проектор.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

## **8 Образовательные и информационные технологии**

Дисциплина «Методы оптимизации» предполагает использование следующих образовательных технологий: входной контроль, лекции, практические занятия и самостоятельная работа студента.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения студентами дидактических единиц. Он осуществляется по вопросам дисциплин, на которых базируется дисциплина «Методы оптимизации» (п.2).



Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины.

Реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий, на основе современных информационных и образовательных технологий, что, в сочетании с внеаудиторной работой, приводит к формированию и развитию профессиональных компетенций обучающихся. Это позволяет учитывать как исходный уровень знаний студентов, так и существующие методические, организационные и технические возможности обучения.

Практическое занятие обеспечивает связь теории и практики, содействует выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студента позволяет сформировать навыки самостоятельного приобретения обучающимися знаний по некоторым несложным вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков во время лекций и практических занятий.

Использование консультационных часов позволяет индивидуализировать занятия со студентами, проконтролировать освоение учебного материала. Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу и систематический контроль хода этой работой.

В рамках изучения дисциплины «Методы оптимизации» предполагается использовать в качестве информационных технологий среду Microsoft Office.

## **9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в виде экзамена.

Текущий контроль успеваемости включает письменные аудиторные работы и темы курсовых работ (проектов).

Письменная аудиторная работа проводится по темам практических занятий в соответствии с данной программой и предназначен для проверки способности обучающихся решать задачи по темам дисциплины. Контроль выполнения задания, выдаваемого на самостоятельную работу, преследует собой цель своевременного выявления плохо усвоенного материала дисциплины для последующей корректировки или организации обязательной консультации.

Курсовая работа (проект) – авторский научно-исследовательский проект студента, направленный на выработку исследовательских навыков, опыта работы с научными источниками и создание законченного самостоятельного исследования. Оценочным средством являются темы курсовых работ (проектов), которые приведены в п. 9.3. Написание и защита курсовой работы (проекта) запланирована на 7 семестр.



Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде экзамена в 7 семестре. К моменту сдачи экзамена должны быть успешно пройдены предыдущие формы контроля. Экзамен позволяет оценить уровень освоения компетенций за весь период изучения дисциплины.

### 9.1 Балльно-рейтинговая система оценки текущего контроля успеваемости и знаний и промежуточной аттестации студентов

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	максимальное значение		
<b>Контактная работа</b>				
<i>Аудиторные занятия</i>				
Лекция №1-7	2,1	7	1-14	
Практическое занятие №1-26	10,4	26	1-14	
Письменная аудиторная работа №1-5	32,5	37	1-14	
<b>Итого по обязательным видам занятий</b>	<b>45</b>	<b>70</b>		
<b>Экзамен</b>	<b>15</b>	<b>30</b>		
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>60</b>	<b>100</b>		
<i>Премияльные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Научные публикации по темам дисциплины		10		
Участие в конференциях по темам дисциплины		10		
Итого дополнительно премияльных баллов		<b>20</b>		
<b>Всего по дисциплине для рейтинга</b>		<b>120</b>		
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>				
<b>Количество баллов по БРС</b>	<b>Оценка (по «академической» шкале)</b>			
90 и более	5 – «отлично»			
75÷89	4 – «хорошо»			
60÷74	3 – «удовлетворительно»			
менее 60	2 – «неудовлетворительно»			

### 9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Посещение студентом лекционного занятия с ведением конспекта оценивается в 0,3 балла. Активное участие в обсуждении вопросов в ходе лекции – до 0,7 баллов.

Посещение практического занятия с ведением конспекта оценивается от 0,4 до 1 балла. Письменная аудиторная работа – от 6,5 до 7,4 баллов.

### 9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине

1. Понятие экстремума функции. Локальные и глобальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции одной и нескольких переменных.
2. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств. Метод множителей Лагранжа.
3. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Задача математического программирования.
4. Выпуклое программирование.
5. Понятие функционала. Экстремумы функционала. Задачи о брахистохроне и о поверхности вращения с наименьшей площадью.
6. Близость кривых 0 и 1 порядка. Сильный и слабый экстремум.
7. Линейные функционалы. Первая вариация функционала. Лемма о представлении первой вариации. Необходимое условие экстремума.
8. Классическая задача вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
9. Случаи упрощения уравнения Эйлера.
10. Функционалы, зависящие от нескольких функций (система уравнений Эйлера) и от производных старшего порядка (уравнение Эйлера - Пуассона).
11. Функционалы, зависящие от функции нескольких переменных (уравнение Остроградского).
12. Классическая вариационная задача с подвижными границами. Случаи свободной границы и границы, лежащей на некоторой кривой (условия трансверсальности).
13. Экстремали с угловыми точками.
14. Односторонние вариации.
15. Понятие второй вариации функционала. Достаточные условия экстремума функционала.
16. Достаточные условия слабого экстремума в классической вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби.
17. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума в классической вариационной задаче.
18. Каноническая форма уравнений Эйлера. Функция Гамильтона.
19. Задача Лагранжа на условный экстремум.
20. Изопериметрическая задача.
21. Задачи Майера и Больца.
22. Задача программного управления. Оптимальные программные уравнения. Принцип максимума Понтрягина.
23. Задача оптимального демпфирования. Уравнение Беллмана. Связь с оптимальным программным управлением.



24. Градиентные методы поиска экстремума функции.
25. Прямые методы в вариационных задачах. Методы Эйлера и Рунге.

#### 9.4 Контрольные задания для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

- дать определение функции;
- дать определение и сформулировать необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции;
- дать определение условного экстремума и описать метод множителей Лагранжа;
- дать определение функционала, метрики, нормы;
- дать определение производной и интеграла;
- сформулировать понятия дифференциального уравнения, общего и частного решения, задачи Коши, краевой задачи;
- указать простейшие типы дифференциальных уравнений и систем;
- решить линейное однородное и неоднородное дифференциальное уравнение старшего порядка;
- линейные однородные уравнения 1-ого порядка. Система характеристик. Вид общего решения;
- квазилинейные неоднородные уравнения 1-ого порядка. Вид общего решения. Задача Коши;
- классификация квазилинейных уравнений 2-ого порядка (эллиптические, гиперболические и параболические уравнения);
- приведение квазилинейного уравнения 2-ого порядка к каноническому виду;
- решить линейную автономную дифференциальную систему.

#### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Критерий	Этапы формирования	Показатель
<i>Готовность к самостоятельной работе (ОПК-1)</i>		
Знать: - теорию безусловной и условной оптимизации функций.	1 этап формирования	– Знание основ теории безусловной оптимизации функций.
	2 этап формирования	– Знание основ теории условной оптимизации функций.



Критерий	Этапы формирования	Показатель
Уметь: - выбирать адекватный метод решения задач по оптимизации функций.	1 этап формирования	– Умение классифицировать оптимизационные задачи.
	2 этап формирования	– Умение выбирать наиболее эффективный метод решения тех или иных задач по оптимизации функций.
Владеть: - численными методами решения задач по оптимизации функций.	1 этап формирования	– Владение информацией об основных принципах численного моделирования.
	2 этап формирования	– Владение методами численной оптимизации функций.
<i>Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат (ПК-9)</i>		
Знать: - основные типы экстремальных задач.	1 этап формирования	– Знание основных понятий теории оптимизации.
	2 этап формирования	– Знание основных типов оптимизационных задач.
Уметь: - сводить прикладные задачи к задачам оптимизации.	1 этап формирования	– Умение моделировать различные процессы.
	2 этап формирования	– Умение формулировать критерии качества процесса.
Владеть: - методами формализации прикладных задач и представления их в форме оптимизационных задач.	1 этап формирования	– Владение основными принципами математического моделирования.
	2 этап формирования	– Владение основными методами формализации оптимизационных задач.

Критерий	Этапы формирования	Показатель
	рования	
<i>Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук (ПК-12)</i>		
Знать: - основные типы экстремальных задач.	1 этап формирования	– Знание основных понятий теории оптимизации.
	2 этап формирования	– Знание основных типов оптимизационных задач.
Уметь: - сводить прикладные задачи к задачам оптимизации.	1 этап формирования	– Умение моделировать различные процессы.
	2 этап формирования	– Умение формулировать критерии качества процесса.
Владеть: - методами формализации прикладных задач и представления их в форме оптимизационных задач.	1 этап формирования	– Владение основными принципами математического моделирования.
	2 этап формирования	– Владение основными методами формализации оптимизационных задач.

Характеристики шкалы оценивания приведены ниже.

1. Шкала оценивания курсовой работы (проекта) показана в таблице, приведенной ниже:

Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Максимальное количество баллов	Шкала оценивания
Этап 1. Выдача задания на курсовую работу (проект)	–	–
Этап 2. Выполнение раздела «Введение»	10	1-2 балла снимаются за ошибки в расчетах, 3 балл снимается за отсутствие
Этап 3. Выполнение раз-	30	



Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Максимальное количество баллов	Шкала оценивания
дела «Основная часть»		полного хода решения, 0.5 балла снимается за отсутствие вывода, 0.3 балла снимается за некорректный вывод, 0,2 балла снимается за неполный вывод, 0,2 балла снимается за допущенные грамматические ошибки
Этап 4. Выполнение разделов «Заключение», «Выводы».	10	
Этап 5. Оформление курсовой работы (проекта)	10	1-3 балла снимаются за небрежность оформления текста, 1-2 балла снимаются за небрежность оформления использованных источников
Своевременность выполнения	10	За каждый просроченный день по неуважительной причине снимается 0,5 балла.
Итого выполнение курсовой работы (проекта)	70	
Защита курсовой работы (проекта)	30	5 баллов – исследовательский характер; 5 баллов – актуальность работы; 10 баллов – ответы на вопросы четкие, ясные и полные; 5 баллов – системная интерпретация полученных в курсовой работе (проекте) результатов; 5 баллов – грамотное ведение полемики.
Всего по курсовой работе (проекту):	100	
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>		
<b>Количество баллов по БРС</b>	<b>Оценка (по «академической» шкале)</b>	
<b>90 и более</b>	<b>5 – «отлично»</b>	
<b>75÷89</b>	<b>4 – «хорошо»</b>	



Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Максимальное количество баллов	Шкала оценивания
<b>60÷74</b>		<b>3 – «удовлетворительно»</b>
<b>менее 60</b>		<b>2 – «неудовлетворительно»</b>

2. Максимальное количество баллов за экзамен – 30. Минимальное количество баллов за экзамен – 15 баллов.

3. При наборе менее 15 баллов – экзамен не сдан по причине недостаточного уровня знаний.

4. Экзаменационная оценка выставляется как сумма набранных баллов за ответы на вопросы билета и за решение задачи.

5. Ответы на вопросы билета оцениваются следующим образом:

- *1 балл*: отсутствие продемонстрированных знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта (нет ответа на вопрос) или отказ от ответа;
- *2 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, демонстрация фрагментарных знаний в рамках образовательного стандарта, незнание лекционного материала;
- *3 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, много наводящих вопросов, отсутствие ответов по основным положениям вопроса, незнание лекционного материала;
- *4 балла*: ответ удовлетворительный, оценивается как минимально необходимые знания по вопросу, при этом студентом продемонстрировано хотя бы минимальное знание всех разделов вопроса в пределах лекционного материала. При этом студентом демонстрируется достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;
- *5 баллов*: ответ удовлетворительный, достаточные знания в объеме учебной программы, ориентированные на воспроизведение; использование научной (технической) терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- *6 баллов*: ответ удовлетворительный, студент достаточно ориентируется в основных аспектах вопроса, демонстрирует полные и систематизированные знания в объеме учебной программы;
- *7 баллов*: ответ хороший (достаточное знание материала), но требовались наводящие вопросы, студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы;
- *8 баллов*: ответ хороший, ответом достаточно охвачены все разделы вопроса, единичные наводящие вопросы; студент демонстрирует способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы;
- *9 баллов*: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; студент демонстрирует способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы;



- *10 баллов*: ответ на вопрос полный, не было необходимости в дополнительных (наводящих вопросах); студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы.
- 6. Решение задачи оценивается следующим образом:
  - *10 баллов*: задание выполнено на 91-100 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументировано обосновывает свою точку зрения, уверенно и правильно отвечает на вопросы преподавателя;
  - *9 баллов*: задание выполнено на 86-90 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументировано обосновывает свою точку зрения, правильно отвечает на вопросы преподавателя;
  - *8 баллов*: задание выполнено на 81-85 %, ход решения правильный, незначительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает верные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает некоторые затруднения в интерпретации полученных выводов;
  - *7 баллов*: задание выполнено на 74-80 %, ход решения правильный, значительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает правильные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает определенные затруднения в интерпретации полученных выводов;
  - *6 баллов*: задание выполнено 66-75 %, подход к решению правильный, есть ошибки, оформление с незначительными погрешностями, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
  - *5 баллов*: задание выполнено на 60-65 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
  - *4 балла*: задание выполнено на 55-59 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
  - *3 балла*: задание выполнено на 41-54 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, неправильная интерпретация выводов, студент дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;
  - *2 балла*: задание выполнено на 20-40 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, выводы отсутствуют; не может прокомментировать ход решения задачи, дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;
  - *1 балл*: задание выполнено менее, чем на 20 %, решение содержит грубые ошибки, студент не может прокомментировать ход решения задачи, не способен сформулировать выводы по работе.



## 9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### Типовые задания для письменной аудиторной работы

1. Решить задачи условной оптимизации функций

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 \rightarrow \text{extr}.$$

$$2x_1^4 - x_2^4 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \text{extr}.$$

$$5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 - 16x_1 - 12x_2 \rightarrow \text{extr}.$$

$$5x^2 + 4xy + y^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x + y = 1.$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1.$$

$$x^2 + y^2 \rightarrow \text{extr}, \quad 3x + 4y = 1.$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad x_1 + x_2 - x_3 = 1/2.$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3}.$$

$$x_1x_2 - 2x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad 2x_1 - x_2 - 3x_3 \leq 10, \quad x_2 \geq 0, \quad 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

$$e^{x_1-x_2} - x_1 - x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 + x_2 \leq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

2. Составить и решить уравнение Эйлера в задачах с закрепленными границами

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + tx) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = x(1) = 0.$$

$$\int_0^e t\dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 0, \quad x(e) = 1.$$

$$\int_0^1 (1+t)\dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

$$\int_0^1 x^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = \sqrt{2}.$$

3. Решить задачи с подвижными границами

$$\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad T + x(T) + 1 = 0.$$

$$\int_0^T (\dot{x}^2 + x) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 1.$$

4. В задаче 2 для найденных экстремалей проверить достаточные условия сильного и слабого экстремума.

5. Составить и решить уравнения Эйлера - Пуассона

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = \dot{x}(1) = 0, \quad x(1) = 1.$$

$$\int_0^\pi (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1, x(\pi) = sh\pi, \dot{x}(\pi) = ch\pi$$

$$\int_0^\pi (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0, x(\pi) = sh\pi, \dot{x}(\pi) = ch\pi + 1$$

6. Решить изопериметрические задачи

$$\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^\pi x \cos t dt = \frac{\pi}{2}, \quad x(0) = 1, \quad x(\pi) = -1.$$

$$\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^\pi x \sin t dt = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(\pi) = 1.$$

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^1 x e^t dt = \frac{e^2 + 1}{4}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = e.$$

7. Решить задачи Больца

$$\int_0^{\pi/2} (\dot{x}^2 - x^2 - 2x) dt - 2x^2(0) - x^2(\pi/2) \rightarrow \text{extr}.$$

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt + 4x^2(0) - 5x^2(1) \rightarrow \text{extr}.$$

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 - x) dt - \frac{x^2(1)}{2} \rightarrow \text{extr}.$$

$$\int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt + x_1(0)x_2(1) + x_1(1)x_2(0) \rightarrow \text{extr}.$$

8. Решить задачи оптимального управления

$$\int_0^4 (\dot{x}^2 + x) dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\dot{x}| \leq 1, \quad x(4) = 0.$$

$$\int_0^2 x dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad x(0) + x(2) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$\int_0^4 x dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad x(0) + x(4) = 0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}(4) = 0.$$



*Перечень примерных вопросов к экзамену для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины*

1. Понятие экстремума функции. Локальные и глобальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции одной и нескольких переменных.
2. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств. Метод множителей Лагранжа.
3. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Задача математического программирования.
4. Выпуклое программирование.
5. Понятие функционала. Экстремумы функционала. Задачи о брахистохроне и о поверхности вращения с наименьшей площадью.
6. Близость кривых 0 и 1 порядка. Сильный и слабый экстремум.
7. Линейные функционалы. Первая вариация функционала. Лемма о представлении первой вариации. Необходимое условие экстремума.
8. Классическая задача вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
9. Случай упрощения уравнения Эйлера.
10. Функционалы, зависящие от нескольких функций (система уравнений Эйлера) и от производных старшего порядка (уравнение Эйлера - Пуассона).
11. Функционалы, зависящие от функции нескольких переменных (уравнение Остроградского).
12. Классическая вариационная задача с подвижными границами. Случай свободной границы и границы, лежащей на некоторой кривой (условия трансверсальности).
13. Экстремали с угловыми точками.
14. Односторонние вариации.
15. Понятие второй вариации функционала. Достаточные условия экстремума функционала.
16. Достаточные условия слабого экстремума в классической вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби.
17. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума в классической вариационной задаче.
18. Каноническая форма уравнений Эйлера. Функция Гамильтона.
19. Задача Лагранжа на условный экстремум.
20. Изопериметрическая задача.
21. Задачи Майера и Больца.
22. Задача программного управления. Оптимальные программные уравнения. Принцип максимума Понтрягина.
23. Задача оптимального демпфирования. Уравнение Беллмана. Связь с оптимальным программным управлением.
24. Градиентные методы поиска экстремума функции.
25. Прямые методы в вариационных задачах. Методы Эйлера и Рунге.



### *Типовая задача для промежуточной аттестации*

Составить и решить уравнение Эйлера для функционала

$$\int_0^1 (x^2(t) - \dot{x}(t)x(t) + 2\dot{x}(t)) dt, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 0.$$

## **10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика преподавания дисциплины «Методы оптимизации» характеризуется совокупностью методов, приемов и средств обучения, обеспечивающих реализацию содержания и учебно-воспитательных целей дисциплины, которая может быть представлена как некоторая методическая система, включающая методы, приемы и средства обучения. Такой подход позволяет более качественно подойти к вопросу освоения дисциплины обучающимися.

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся по дисциплинам вообще и по дисциплине «Методы оптимизации» в частности. Будучи по содержанию теоретическими, прикладными и методическими, по данной дисциплине они являются *теоретическими*. По назначению: *вводными, тематическими и заключительными*.

Методика преподавания лекционного курса дисциплины строится на использовании конкретной, оптимальной для нее методической системы. Методическая системы есть сумма методов, приемов и средств обучения. Основой для построения системы служат дидактические принципы высшей школы, педагогическая психология и обобщенный опыт преподавания дисциплины.

При проведении лекций преподаватель опирается на базовые знания студентов по общенаучным дисциплинам с тем, чтобы основное время уделить специфическим вопросам дисциплины, а не повторению пройденного ранее материала. В процессе подготовки к лекции и в ходе ее изложения важным является развитие интереса обучающихся к преподаваемой дисциплине.

Интерес к изучению учебного материала достигается на лекции применением *комплекса методических приемов*: четкой формулировкой темы, разъяснением важности знания учебного материала для дальнейшей практической деятельности; выделением в изучаемом материале главного; созданием на занятиях хорошего эмоционального настроения; использованием творческого характера заданий на самостоятельную работу, выдаваемых обучающимся.

В зависимости от специфики преподаваемых дисциплин практические занятия условно можно разделить на две группы. Основным содержанием первой группы занятий является решение задач, производство расчетов, разработка документов, выполнение графических и других работ, второй группы – овладение методикой анализа и принятия решений.

Любое практическое занятие начинается, как правило, с формулирования его целевых установок. Понимание обучающимися целей и задач занятия, его значения для специальной подготовки способствует повышению интереса к занятию и активизации работы по овладению учебным материалом.



Основную часть практического занятия составляет работа обучаемых по выполнению учебных заданий под руководством преподавателя. Эффективность этой части занятия зависит от ряда условий. Прежде всего, требуется тщательная разработка учебных заданий. По своему содержанию каждое задание должно быть логическим развитием основной идеи дисциплины и учитывать специальность подготовки обучаемых. Наряду с этим в задании необходимо предусмотреть использование и закрепление знаний, навыков и умений, полученных при изучении смежных дисциплин, т.е. учесть принцип комплексности в обучении.

Практические занятия, закрепляя и углубляя знания, в то же время должны всемерно содействовать развитию мышления обучаемых. Наиболее успешно это достигается в том случае, когда учебное задание содержит элементы проблемности, т.е. возможность неоднозначных решений или ответов, побуждающих обучаемых самостоятельно рассуждать, искать ответы и т.п. Постановка на занятиях проблемных задач и вопросов требует соответствующей подготовки преподавателя. Готовясь к занятию, он должен заранее наметить все вопросы, имеющие проблемный характер, продумать четкую их формулировку и оптимальные варианты решения с активным участием обучаемых.

В современных условиях перед студентом стоит важная задача – научиться работать с массивами информации. Обучающимся необходимо развивать в себе способность и потребность использовать доступные информационные возможности и ресурсы для поиска нового знания и его распространения. Для достижения этой цели, в вузе организуется самостоятельная работа обучающихся. Кроме того, современное обучение предполагает, что существенную часть времени в освоении учебной дисциплины обучающийся проводит самостоятельно.

Завершающим этапом самостоятельной работы является подготовка к сдаче экзамена по дисциплине, предполагающая интеграцию и систематизацию всех полученных при изучении учебной дисциплины знаний.

Экзамен (промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины «Методы оптимизации») позволяет определить уровень освоения обучающимся компетенций (п. 9.5) за период изучения данной дисциплины. Экзамен предполагает ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи (п. 9.6).

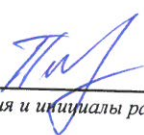
Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №16 Прикладной математики

« 22 » декабря 2014 года, протокол № 5.

Разработчики:

к.ф.-м.н., доцент

  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)

Платонов А.В.

Заведующий кафедрой № 8 Прикладной математики и информатики

к.т.н., доцент

  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)

Далингер Я.М.

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

к.т.н., доцент

  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)

Далингер Я.М.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета « 21 » января 2015 года, протокол № 4.

С изменениями и дополнениями от « 30 » августа 2017 года, протокол № 10 (в соответствии с Приказом от 5 апреля 2017 г. № 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры»).