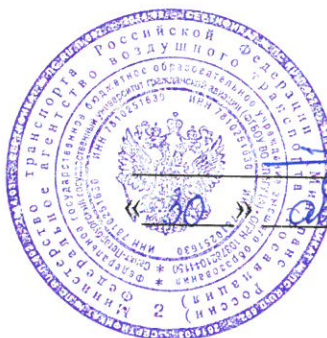


МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
(МИНТРАНС РОССИИ)  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)  
ФГБОУ ВО «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»  
(ФГБОУ ВО СПбГУ ГА)

УТВЕРЖДАЮ

Первый  
проректор-проректор  
по учебной работе  
Н.Н. Сухих  
\_\_\_\_\_ 2017 года



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория функций комплексного переменного**

Направление подготовки  
**01.03.04 Прикладная математика**

Направленность программы (профиль)  
**Математическое и программное обеспечение систем управления**

Квалификация выпускника:  
**бакалавр**

Форма обучения:  
**очная**

Санкт-Петербург  
2017

## **1 Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются формирование у обучающихся знаний об основных понятиях теории функций комплексного переменного, формирование представлений о её методах и взаимосвязях с действительным анализом, а также с другими математическими дисциплинами.

Задачами освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются:

- формирование у обучающихся знаний об аналитических функциях, комплексном интеграле, аналитическом продолжении, римановой поверхности и особых точках функции, рядах аналитических функций, вычетах;
- приобретение обучающимися умений дифференцирования функций комплексного переменного, построения конформных отображений простейших областей, вычисления комплексных интегралов, разложения функций в ряд Тейлора и ряд Лорана, а также вычисления вычетов функций;
- овладение обучающимися навыками применения методов комплексного анализа для решения прикладных и научно-исследовательских задач;

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к научно-исследовательскому виду профессиональной деятельности.

## **2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» представляет собой дисциплину, относящуюся к Базовой части Блока 1 «Дисциплины».

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» является обеспечивающей для дисциплин: «Вычислительная математика», «Нелинейные модели».

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» изучается в 4 семестре.

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

Процесс освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» направлен на формирование следующих компетенций:

Перечень и код компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
Готовность к самостоятельной работе (ОПК-1)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные положения теории функций комплексного переменного и операционного счисления;</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выбирать подходящий метод операционного исчисления к решению конкретной научно-исследовательской или прикладной задачи;</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- стандартными методами теории функций комплексного переменного и навыками их применения;</li> </ul>
Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат (ПК-9)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- последовательности и ряды аналитических функций в области, теорему единственности и принцип максимума модуля;</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- исследовать функции комплексного переменного на непрерывность и аналитичность, вычислять производные от комплексных функций;</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- представлениями о применении основных понятий и методов теории функций комплексного переменного для решения прикладных и научно-исследовательских задач;</li> </ul>
Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук (ПК-12)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы комплексного анализа, часто используемые в научно-исследовательских задачах;</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определять возможности применения теоретических положений и методов теории функций комплексного переменного для постановки и решения конкретных научно-исследовательских задач;</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками работы с научной литературой и извлечения оттуда данных, необходимых для расчетов задач;</li> </ul>

#### 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестр
		4
Общая трудоемкость дисциплины	108	108
Контактная работа:	58	58
лекции	20	20
практические занятия	38	38
семинары	–	–
лабораторные работы	–	–
курсовой проект (работа)	–	–
Самостоятельная работа студента	23	23
Промежуточная аттестация:	27	27

#### 5 Содержание дисциплины

##### 5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции			Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК-1	ПК - 9	ПК - 12		
Тема 1. Функции комплексного переменного	21	+	+	+	Л, ПЗ, СРС, ВК	ПАР
Тема 2. Аналитические функции и аналитическое продолжение	20	+	+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 3. Ряды Тейлора и Лорана	21	+	+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 4. Криволинейные интегралы. Теория вычетов	19	+	+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Итого по дисциплине	81					
Промежуточная аттестация	27					
Всего по дисциплине	108					

Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ПАР – письменная аудиторная работа, ВК – входной контроль.



## 5.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	КР	СРС	ЛР	Всего часов
Тема 1. Функции комплексного переменного	6	10	-	5	-	21
Тема 2. Аналитические функции и аналитическое продолжение	4	10	-	6	-	20
Тема 3. Ряды Тейлора и Лорана	6	10	-	5	-	21
Тема 4. Криволинейные интегралы. Теория вычетов	4	8	-	7	-	19
Итого по дисциплине	20	38	-	23	-	81
Промежуточная аттестация						27
Всего по дисциплине						108

Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, КР – курсовая работа (проект), СРС – самостоятельная работа студента, ЛР – лабораторная работа.

## 5.3 Содержание дисциплины

### Тема 1. Функции комплексного переменного

Комплексные числа и комплексная плоскость. Алгебраическая форма комплексного числа. Равенство комплексных чисел, их геометрический смысл. Действия сложения, вычитания, умножения, деления. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма. Модуль и аргумент произведения и частного комплексных чисел. Действие извлечения корня. Плоскость комплексного переменного. Окрестность точки на комплексной плоскости. Пределные, внутренние, граничные точки. Область и замкнутая область точек на комплексной плоскости. Непрерывная кривая.

Функция комплексного переменного. Понятие о функции комплексного переменного. Однозначные и многозначные функции. Геометрический смысл функции комплексного переменного. Взаимно однозначное отображение. Элементарные функции комплексного переменного: линейная, инверсия, дробно-линейная, степенная, радикал, показательная, логарифмическая, гиперболические, тригонометрические, обратные тригонометрические и гиперболические. Предел функции комплексного переменного и ее непрерывность.

Определенный интеграл. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Формула среднего значения. Существование и регулярность всех производных аналитической функции. Интегральные формулы производных. Интеграл Коши и интеграл типа Коши, их свойства. Принцип максимума модуля. Теорема Лиувилля.

### Тема 2. Аналитические функции и аналитическое продолжение

Аналитические функции. Производная функции комплексного переменного. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал. Условия Коши-

Римана дифференцируемости функций. Понятие об аналитической (регулярной) функции. Гармонические и сопряженные гармонические функции. Построение аналитической функции по ее вещественной или мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Понятие о конформном отображении.

### Тема 3. Ряды Тейлора и Лорана

Числовые и функциональные ряды. Ряд комплексных чисел. Сходимость, абсолютная сходимость. Общие свойства сходящихся и абсолютно сходящихся рядов. Функциональный ряд. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование, аналитичность суммы, почленное дифференцирование. Степенной ряд. Теорема Абеля. Структура области сходимости. Дифференциальные и интегральные операции над степенным рядом. Ряды, содержащие положительные и отрицательные степени. Структура области сходимости.

Ряд Лорана. Теорема Лорана. Ряд Лорана. Ряд Тейлора, как частный случай ряда Лорана. Разложения в ряды функций, аналитических в круге и функций, аналитических в окрестности бесконечно удаленной точки. Разложения в ряды элементарных функций. Особые точки функций комплексного переменного. Изолированные особые точки однозначного характера, их классификация.

### Тема 4. Криволинейные интегралы. Теория вычетов

Понятия вычета функции относительно изолированной особой точки однозначного характера. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычетов в правильных точках, полюсах и существенно-особых точках. Вычисление интегралов с помощью с помощью вычетов. Вычисление контурных интегралов. Вычисление некоторых вещественных определенных интегралов. Вычисление несобственных вещественных интегралов. Лемма Жордана. Подсчет числа корней функции в области. Логарифмический вычет. Подсчет числа нулей аналитической функции в области. Принцип аргумента. Теорема Руше.

### 5.4. Практические занятия (семинары)

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
1	Практическое занятие 1. Различные виды записи. Выполнение арифметических действий с комплексными числами. Нахождение модуля и аргумента комплексного числа.	2
	Практическое занятие 2. Плоскость комплексного переменного. Окрестность точки на комплексной плоскости. Предельные, внутренние, граничные	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
	точки. Область и замкнутая область точек на комплексной плоскости. Непрерывная кривая.	
	Практическое занятие 3. Функция комплексного переменного. Однозначные и многозначные функции. Взаимно однозначное отображение.	2
	Практическое занятие 4. Элементарные функции комплексного переменного. Предел функции комплексного переменного и ее непрерывность.	2
	Практическое занятие 5. Определенный интеграл. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Формула среднего значения.	2
2	Практическое занятие 6. Производная функции комплексного переменного. Дифференцируемость функции в точке.	2
	Практическое занятие 7. Дифференциал. Применение условия Коши-Римана дифференцируемости функций.	2
	Практическое занятие 8. Понятие об аналитической (регулярной) функции. Гармонические и сопряженные гармонические функции.	2
	Практическое занятие 9. Построение аналитической функции по ее вещественной или мнимой части.	2
	Практическое занятие 10. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Конформное отображения.	2
3	Практическое занятие 11. Числовые и функциональные ряды. Ряд комплексных чисел. Исследование на сходимость числовых рядов.	2
	Практическое занятие 12. Функциональный ряд. Нахождение области сходимости. Равномерная сходимость. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости.	2
	Практическое занятие 13. Степенной ряд. Теорема Абеля. Структура области сходимости. Дифференциальные и интегральные операции над степенным рядом.	2
	Практическое занятие 14. Ряд Лорана. Теорема Лорана. Ряд Лорана. Ряд Тейлора, как частный случай ряда Лорана.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (часы)
	Практическое занятие 15. Разложения в ряды функций, аналитических в круге и функций, аналитических в окрестности бесконечно удаленной точки. Разложения в ряды элементарных функций.	2
4	Практическое занятие 16. Вычет функции относительно изолированной особой точки однозначного характера. Использование теоремы Коши о вычетах.	2
	Практическое занятие 17. Вычисление вычетов в правильных точках, полюсах и существенно-особых точках. Вычисление интегралов с помощью вычетов.	2
	Практическое занятие 18. Вычисление контурных интегралов. Вычисление некоторых вещественных определенных интегралов. Вычисление несобственных вещественных интегралов.	2
	Практическое занятие 19. Лемма Жордана. Подсчет числа корней функции в области. Логарифмический вычет.	2
Итого по дисциплине		38

### 5.5. Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

### 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудо-емкость (часы)
1	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [1, 2, 4]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе [6-10]	5
2	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [2, 3, 5]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе [6-10]	6
3	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [1, 2, 3, 4].	5

	2. Подготовка к письменной аудиторной работе [6-10]	
4	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [2, 3, 4]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе [6-10]	7
Итого по дисциплине		23

### 5.7 Курсовые работы (проекты)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### а) Основная литература

1. Бугров, Я. С. **Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 2. Ряды. Функции комплексного переменного: учебник для академического бакалавриата** / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 219 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02147-9. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/0F65E468-174D-47B8-AD22-00A4EE42F51E](http://www.biblio-online.ru/book/0F65E468-174D-47B8-AD22-00A4EE42F51E)

2. Аксенов, А. П. **Теория функций комплексной переменной в 2 т: учебник и практикум для академического бакалавриата** / А. П. Аксенов. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 646 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-5870-6. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/9EBECB18-9ADC-4557-AE6F-D670A10FE9A5](http://www.biblio-online.ru/book/9EBECB18-9ADC-4557-AE6F-D670A10FE9A5).

3. **Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной** [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. М. Петрушко [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/526>. — Загл. с экрана.

#### б) Дополнительная литература

4. Пантелеев, А.В. **Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах** [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67463>. — Загл. с экрана.

5. Привалов, И.И. **Введение в теорию функций комплексного переменного** [Электронный ресурс] : учебник / И.И. Привалов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/322>. — Загл. с экрана.



в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

6. **Краткий курс лекций по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://osinavi.ru/my/TFKP.php> - Загл. с экрана (дата обращения: 29.07.2017).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

7. **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru>, свободный (дата обращения: 29.07.2017).

8. **Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://biblio-online.ru>, свободный (дата обращения: 29.07.2017).

9. **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный (дата обращения: 29.07.2017).

10. **Scilab** [Программное обеспечение] — Режим доступа: <https://www.scilab.org/> - свободный (дата обращения: 29.07.2017).

## **7 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Компьютерные классы кафедры № 8 (ауд.: 800, 801, 803, 804) с доступом в Интернет, переносной проектор.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office, Scilab.

## **8 Образовательные и информационные технологии**

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» предполагает использование следующих образовательных технологий: входной контроль, лекции, практические занятия и самостоятельная работа студента.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения студентами дидактических единиц. Он осуществляется по вопросам из обеспечивающих дисциплин (п. 2).

Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины. В лекции делается акцент на реализацию главных идей и направлений в изучении дисциплины, дается установка на последующую самостоятельную работу.



Практическое занятие обеспечивает связь теории и практики, содействует выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы. Практические занятия как образовательная технология помогают студентам систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера.

Самостоятельная работа студента проявляется в систематизации, планировании, контроле и регулировании его учебно-профессиональной деятельности, а также собственные познавательно-мыслительные действия без непосредственной помощи и руководства со стороны преподавателя. Самостоятельная работа подразумевает выполнение студентом поиска, анализа информации, проработку на этой основе учебного материала, а также подготовку к письменным аудиторным работам.

В рамках изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» предполагается использовать в качестве информационных технологий среду Microsoft Office, пакет прикладных математических программ Scilab.

#### **9. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Фонд оценочных средств дисциплины «Теория функций комплексного переменного» представляет собой комплекс методических и контрольных измерительных материалов, предназначенных для определения качества результатов обучения и уровня сформированности компетенций обучающихся в ходе освоения данной дисциплины. В свою очередь, задачами использования фонда оценочных средств являются осуществление как текущего контроля успеваемости студентов, так и промежуточной аттестации в форме экзамена.

Фонд оценочных средств дисциплины «Теория функций комплексного переменного» для текущего контроля успеваемости включает письменную аудиторную работу.

Письменная аудиторная работа предназначена для проверки умений и навыков применять полученные знания для решения практических задач.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде экзамена в 4 семестре. Этот вид промежуточной аттестации позволяет оценить уровень освоения студентом компетенций за весь период изучения дисциплины. Экзамен предполагает устные ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи.

## 9.1. Балльно-рейтинговая система оценки текущего контроля успеваемости и знаний и промежуточной аттестации студентов

4 семестр

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	максимальное значение		
<b>Контактная работа</b>				
<i>Аудиторные занятия</i>				
Лекция №1 (Тема 1)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №1 (Тема 1)	1	2,5	1-19	
Лекция №2 (Тема 1)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №2 (Тема 1)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №3 (Тема 1)	2	2,5	1-19	
Лекция №3 (Тема 1)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №4 (Тема 1)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №5 (Тема 1)	2	2,5	1-19	
Лекция №4 (Тема 2)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №6 (Тема 2)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №7 (Тема 2)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №8 (Тема 2)	2	2,5	1-19	
Лекция №5 (Тема 2)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №9 (Тема 2)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №10 (Тема 2)	2	2,5	1-19	
Лекция №6 (Тема 3)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №11 (Тема 3)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №12 (Тема 3)	2	2,5	1-19	
Лекция №7 (Тема 2)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №13 (Тема 3)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №14 (Тема 3)	2	2,5	1-19	
Лекция №8 (Тема 3)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №15 (Тема 3)	2	2,5	1-19	
Лекция №9 (Тема 4)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №16 (Тема 4)	2	2,5	1-19	
Практическое занятие №17 (Тема 4)	2	2,5	1-19	
Лекция №10 (Тема 4)	1	2,25	1-19	
Практическое занятие №18 (Тема 4)	1	2,5	1-19	
Практическое занятие №19 (Тема 4)	1	2,5	1-19	
<b>Итого по обязательным видам занятий</b>	<b>45</b>	<b>70</b>		
<b>Экзамен</b>	<b>15</b>	<b>30</b>		
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>60</b>	<b>100</b>		
<i>Премияльные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Научные публикации по темам дисциплины		10		
Участие в конференциях по темам дисциплины		10		

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	максимальное значение		
Итого дополнительно премиальных баллов		<b>20</b>		
<b>Всего по дисциплине для рейтинга</b>		<b>120</b>		
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>				
Количество баллов по БРС	Оценка (по «академической» шкале)			
90 и более	5 – «отлично»			
75÷89	4 – «хорошо»			
60÷74	3 – «удовлетворительно»			
менее 60	2 – «неудовлетворительно»			

## 9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Посещение студентом лекционного занятия с ведением конспекта оценивается в 1 балл. Активное участие в обсуждении вопросов в ходе лекции – до 1,25 баллов.

Посещение практического занятия с ведением конспекта оценивается от 1 до 2 баллов. Письменная аудиторная работа – от 0,5 до 1,5 баллов. (В зависимости от сложности заданий).

## 9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине

В учебном плане курсовых работ (проектов) не предусмотрено.

## 9.4 Контрольные задания для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

1. Матрицы. Терминология. Обозначения. Примеры.
2. Операции над матрицами: сложение; матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц. Элементарные преобразование матрицы. Примеры.
3. Понятие определителя. Разложение определителя по произвольной строке и произвольному столбцу. Свойства определителя: линейность, антисимметричность, транспонирование определителя, определитель произведения матриц.
4. Понятие обратной матрицы. Критерий существования обратной матрицы к данной матрице. Метод Жордана нахождения обратной матрицы. Теорема о базисном миноре.

5. Понятие ранга матрицы. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы. Примеры.
6. Понятие системы линейных уравнений. Терминология. Примеры. 10. Теорема Кронекера-Капелли с доказательством.
7. Эквивалентные линейные системы. Эквивалентность линейных систем и элементарные преобразования.
8. Метод Гаусса решение линейных систем уравнений.
9. Однородные линейные системы. Фундаментальная система решений. Выражение общего решения через фундаментальную систему решений.
10. Координаты и компоненты вектора. Линейные операции над векторами в координатах (формулы с выводом). Примеры.
11. Проекция вектора на ось. Свойство суммы проекций и выражение проекции через длину вектора и косинус угла.
12. Скалярное произведение векторов. Примеры. Линейные свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты.
13. Направляющие косинусы вектора. Направляющие косинусы единичного вектора.
14. Векторное произведение: определение и свойства. Площадь параллелограмма и треугольника. Выражение векторного произведения через координаты.
15. Смешанное произведение векторов. Объем параллелепипеда.
16. Понятие неопределенного интеграла.
17. Замена переменных.
18. Интегрирование по частям.
19. Таблица интегралов.
20. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простых дробей. Метод неопределенных коэффициентов.
21. Интегрирование простых дробей I-III видов.
22. Метод Остроградского.
23. Универсальная тригонометрическая подстановка.
24. Тригонометрические подстановки в частных случаях.
25. Рационализация дробно-линейной иррациональности.
26. Подстановки Эйлера.
27. Понятие определенного интеграла.
28. Критерий существования определенного интеграла.
29. Интегрируемость монотонной и непрерывной функции.
30. Свойства определенного интеграла.
31. Теорема о среднем для определенного интеграла.
32. Интеграл с переменным верхним пределом.
33. Формула Ньютона-Лейбница (двойная подстановка).
34. Интегрирование по частям, замена переменной.
35. Геометрическое приложение определенного интеграла.
36. Интерполирование полиномами. Интерполяционная формула Лагранжа.

37. Погрешность интерполяционного полинома.
  38. Интерполирование с кратными узлами. Полиномы Эрмита.
  39. Интерполирование сплайнами.
  40. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.
- Сходимость. Остаточные члены.
41. Апостериорная оценка погрешности и повышение точности квадратурных формул по результатам расчетов с разными шагами.
  42. Квадратурные формулы Гаусса.
  43. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
  44. Решение систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей методом прогонки.
  45. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений.
  46. Каноническая форма одношаговых итерационных методов. Достаточное условие сходимости.
  47. Метод простой итерации.
  48. Методы Зейделя и верхней релаксации.
  49. Сеточные функции и сеточные нормы.
  50. Разностная аппроксимация производных. Примеры разностных уравнений.
  51. Разностная аппроксимация краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Критерий	Этапы формирования	Показатель
<i>Готовность к самостоятельной работе (ОПК-1)</i>		
Знать: - основные положения теории функций комплексного переменного и операционного исчисления;	1 этап формирования	- перечисляет свойства функций комплексного переменного;
	2 этап формирования	- применяет правила дифференцирования и интегрирования функций комплексного переменного при решении научно-исследовательских и прикладных задач;



Критерий	Этапы формирования	Показатель
<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выбирать подходящий метод операционного исчисления к решению конкретной научно-исследовательской или прикладной задачи;</li> </ul>	1 этап формирования	- решает задачи на вычисление интегралов при помощи вычетов, на разложение функций в ряды Тейлора и Лорана;
	2 этап формирования	- использует методы теории функций комплексного переменного для решения задач различного вида;
<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- стандартными методами теории функций комплексного переменного и навыками их применения;</li> </ul>	1 этап формирования	- выполняет основные алгебраические операции с комплексными числами;
	2 этап формирования	- осуществляет проверку на условия Коши-Римана, гармоничность и сопряженность.
<p><i>Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат (ПК-9)</i></p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- последовательности и ряды аналитических функций в области, теорему единственности и принцип максимума модуля;</li> </ul>	1 этап формирования	- называет принцип аргумента, отображения посредством аналитических функций, ряды Тейлора и Лорана;
	2 этап формирования	- вычисляет изолированные особые точки однозначного характера, вычеты;
<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- исследовать функций комплексного переменного на непрерывность и аналитичность, вычислять производные от комплексных функций;</li> </ul>	1 этап формирования	- перечисляет методы интегрирования и дифференцирования функции комплексного переменного
	2 этап формирования	- формулировать и анализировать математические модели с использованием методов теории функций комплексного переменного



Критерий	Этапы формирования	Показатель
		го;
<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- представлениями о применении основных понятий и методов теории функций комплексного переменного для решения прикладных и научно-исследовательских задач;</li> </ul>	1 этап формирования	- определяет значения и производные комплекснозначных функций;
	2 этап формирования	- строит по аналитическим выражениям соответствующие области на комплексной плоскости.
<p><i>Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук (ПК-12)</i></p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы комплексного анализа, часто используемые в научно-исследовательских задачах;</li> </ul>	1 этап формирования	- владеет техникой вычисления интегралов по замкнутым контурам с помощью теории вычетов;
	2 этап формирования	- применяет теорию вычетов к конкретным научно-исследовательским задачам;
<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определять возможности применения теоретических положений и методов теории функций комплексного переменного для постановки и решения конкретных научно-исследовательских задач;</li> </ul>	1 этап формирования	- перечисляет варианты оптимальных методов решения с помощью теории функций комплексного переменного;
	2 этап формирования	- анализирует входные данные для дальнейшего выбора наиболее оптимального метода решения научно-исследовательской задачи;
<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками работы с научной литературой и извлечения из неё данных, необходимых для постановки и дальнейшего решения задачи;</li> </ul>	1 этап формирования	- извлекает информацию, необходимую для логически правильной формулировки решения задачи;
	2 этап формирования	- аргументирует выбор метода для решения конкретной научно-исследовательской задачи;

Характеристики шкалы оценивания приведены ниже.

1. Максимальное количество баллов за экзамен – 30. Минимальное количество баллов за экзамен – 15 баллов.
2. При наборе менее 15 баллов – экзамен не сдан по причине недостаточного уровня знаний.
3. Экзаменационная оценка выставляется как сумма набранных баллов за ответы на вопросы билета и за решение задачи.
4. Ответы на вопросы билета оцениваются следующим образом:
  - *1 балл*: отсутствие продемонстрированных знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта (нет ответа на вопрос) или отказ от ответа;
  - *2 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, демонстрация фрагментарных знаний в рамках образовательного стандарта, незнание лекционного материала;
  - *3 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, много наводящих вопросов, отсутствие ответов по основным положениям вопроса, незнание лекционного материала;
  - *4 балла*: ответ удовлетворительный, оценивается как минимально необходимые знания по вопросу, при этом студентом продемонстрировано хотя бы минимальное знание всех разделов вопроса в пределах лекционного материала. При этом студентом демонстрируется достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;
  - *5 баллов*: ответ удовлетворительный, достаточные знания в объеме учебной программы, ориентированные на воспроизведение; использование научной (технической) терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
  - *6 баллов*: ответ удовлетворительный, студент достаточно ориентируется в основных аспектах вопроса, демонстрирует полные и систематизированные знания в объеме учебной программы;
  - *7 баллов*: ответ хороший (достаточное знание материала), но требовались наводящие вопросы, студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы;
  - *8 баллов*: ответ хороший, ответом достаточно охвачены все разделы вопроса, единичные наводящие вопросы; студент демонстрирует способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы;
  - *9 баллов*: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; студент демонстрирует способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы;
  - *10 баллов*: ответ на вопрос полный, не было необходимости в дополнительных (наводящих вопросах); студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы.
5. Решение задачи оценивается следующим образом:

- *10 баллов*: задание выполнено на 91-100 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументировано обосновывает свою точку зрения, уверенно и правильно отвечает на вопросы преподавателя;
- *9 баллов*: задание выполнено на 86-90 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументировано обосновывает свою точку зрения, правильно отвечает на вопросы преподавателя;
- *8 баллов*: задание выполнено на 81-85 %, ход решения правильный, незначительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает верные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает некоторые затруднения в интерпретации полученных выводов;
- *7 баллов*: задание выполнено на 74-80 %, ход решения правильный, значительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает правильные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает определенные затруднения в интерпретации полученных выводов;
- *6 баллов*: задание выполнено 66-75 %, подход к решению правильный, есть ошибки, оформление с незначительными погрешностями, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
- *5 баллов*: задание выполнено на 60-65 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
- *4 балла*: задание выполнено на 55-59 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
- *3 балла*: задание выполнено на 41-54 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, неправильная интерпретация выводов, студент дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;
- *2 балла*: задание выполнено на 20-40 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, выводы отсутствуют; не может прокомментировать ход решения задачи, дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;
- *1 балл*: задание выполнено менее, чем на 20 %, решение содержит грубые ошибки, студент не может прокомментировать ход решения задачи, не способен сформулировать выводы по работе.

## 9.6 Типовые контрольные задания для проведения письменной аудиторной работы и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### Контрольные задания для проведения письменной аудиторной работы

1. Различные формы представления комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Записать несколько комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Записать к ним комплексно-сопряженные. Изобразить числа на плоскости.
2. Арифметические операции с комплексными числами. Вычислить сумму, произведение и частное комплексных чисел.
3. Вычисление  $f(z) = z^n$ .
4. Вычисление корня  $n$ -й степени из комплексного числа.
5. Вычисление значения функции  $\exp(z)$ .
6. Вычисление значений тригонометрических функций комплексного переменного.
7. Вычисление значений гиперболических функций комплексного переменного.
8. Вычисление значений показательной и степенной функций комплексного переменного.
9. Вычисление значений обратных тригонометрических функций комплексного переменного.
10. Значение производной функции комплексного переменного в точке. Дана функция  $f(z) = z^3$ . Вычислить значение  $f'(z)$  в точке  $z_0 = 1 + i$ , ее модуль и аргумент.
11. Исследование дифференцируемости функции. Дана функция  $f(z) = |z|^2$ .
12. Исследование дифференцируемости функции, вычисление производной. Дана функция  $f(z) = e^z$ .
13. Вычислить интеграл  $\int_l \operatorname{Re}(z) dz$ , где:
  14. а)  $l$  – прямая, соединяющая точки  $z_1 = 0$  и  $z_2 = 1 + i$ ;
  15. б)  $l$  – ломаная  $OBA$ ,  $O(0,0)$ ,  $B(1,0)$ ,  $A(1,1)$ .
16. Вычислить интеграл  $\int_l |z| \bar{z} dz$ ,  $l$  – верхняя полуокружность  $|z| = 1$ , обход  $l$  против часовой стрелки.
17. Вычислить интеграл от аналитической функции  $\int_0^i \sin^2 z dz$ .
18. Определить порядок нуля  $z_0$  для функции  $f(z) = e^z - 1 - z$ .

19. Найти нули функции  $f(z)$  и определить их порядок:
20.  $f(z) = (z^4 + 2z + 1)^2(z^2 - 2z + 2)$ .
21. Найти нули функции  $f(z)$  и определить их порядок:  $f(z) = 1 + \operatorname{ch} z$ .
22. Определить порядок нуля  $z_0 = 0$  функции  $f(z) = (e^{-z^2} - 1 - z^2) \sin^5 z$ .
23. Найти все конечные особые точки функции  $f(z) = \frac{z^3 - 1}{(z^3 + 1)(z^3 + i)}$ .
24. Найти все конечные особые точки функции  $f(z) = \frac{\sin z}{\sin \frac{1}{z}}$  и определить их тип.
25. Определить тип особой точки  $z = 0$  для функции  $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ .
26. Найти особые точки функции  $f(z) = \frac{z + 2}{(z - 3)(z + 1)}$  и определить их тип.
27. Найти особые точки функции  $f(z) = \exp\left(\frac{1}{z - i}\right)$  и определить их тип.
28. Разложение в ряд Тейлора функции  $f(z)$ , аналитической в области комплексных чисел. Записать разложение по степеням  $z$  функции  $f(z) = \operatorname{ch} z$ .
29. Разложение в ряд Тейлора рациональной дроби. Разложить по степеням  $(z - 3)$  функцию  $f(z) = \sin z$ .
30. Разложить по степеням  $z$  функцию  $f(z) = \frac{z + 1}{(z - 1)^2(z + 2)}$ .
31. Разложить функцию  $f(z) = \frac{z + 2}{z^2 - 2z - 3}$  в ряд Лорана по степеням  $z$ .
32. Разложить функцию  $f(z) = z^3 \cdot e^{1/z}$  в окрестности точки  $z_0 = 0$ .
33. Вычислить вычет функции  $f(z) = (z + 2)/(z^2 - 2z - 3)$  в точке  $z = 3$ .
34. Вычислить вычет функции  $f(z)$  в точке  $z = 0$ ,  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$ .
35. Вычислить вычет функции  $f(z) = \frac{\ln(1 + z)}{z^3}$ .
36. Вычислить вычет функции  $f(z) = \operatorname{ctg} 2z$  во всех ее особых точках.
37. Вычислить вычет функции  $f(z) = z \cdot e^{\frac{1}{z-1}}$ .
38. Вычислить интеграл  $\oint_{|z-2|=1} \frac{z}{e^z - i} dz$ .
39. Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=1} z^3 e^{\frac{1}{z}} dz$ .

40. Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=1} \frac{1}{z^4 + 1} dz$ .

41. Вычислить интеграл:  $I = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 - 2a \cdot \cos x + a^2} \quad (|a| < 1)$ .

42. Вычислить интеграл:  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^2} \quad (a > 0)$ .

43. Вычислить интеграл:  $I = \int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^2} \quad (a > 0)$ .

44. Вычислить интеграл:  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1)e^{ix}}{x^2 - 2x + 2} dx$ .

45. Вычислить интеграл:  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1)\cos x}{x^2 - 2x + 2} dx$ .

46. Вычислить интеграл:  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1)\sin x}{x^2 - 2x + 2} dx$ .

47. Найти изображения заданных функций-оригиналов  $f(x) = ax$  и  $f(x) = \exp(-x)$ . Проверить правильность решения.

48. Решить операционным методом задачу Коши

$$49. x'' + 4x = \cos(2t), \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -1.$$

Проверить правильность решения.

50. Решим операционным методом задачу Коши для системы

$$\begin{aligned} x' &= x + 2y - 9t, \\ y' &= 2x + y + 4\exp(t), \\ x(0) &= 1, \quad y(0) = 2. \end{aligned}$$

Проверить правильность решения.

**Перечень примерных вопросов к экзамену для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

1. Расскажите о комплексных числах и арифметических действиях над ними (включая доказательство единственности частного). Что такое вещественная  $\operatorname{Re} z$  и мнимая  $\operatorname{Im} z$  части числа  $z$ ? Что называется сопряженным числом  $\bar{z}$ ? Что такое комплексная плоскость  $\square$ ? Дайте определение модуля  $|z|$ . Дайте определение аргумента  $\operatorname{Arg} z$  и его главного значения  $\arg z$ . Поясните геометрический смысл модуля и аргумента.

2. Расскажите об алгебраической, тригонометрической и показательной формах комплексного числа. Дайте определения корня  $n$ -й степени из числа. Найдите  $\sqrt[3]{i}$ .



3. Дайте определение  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ . Докажите, что  $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$ .
4. Определите степень комплексного числа  $z^\alpha$ . Определите логарифм  $\operatorname{Ln} z$  и его главное значение  $\ln z$ . Вычислите  $i^{\sqrt{2}}$ ,  $i^i$ ,  $\operatorname{Ln} i$ .
5. Как задается расстояние в  $\mathbb{C}$ ? Что такое окрестность  $O(z_0)$  и проколота окрестность  $O(z_0)$  точки  $z_0 \in \mathbb{C}$ ? Дайте определение предела последовательности комплексных чисел.
6. Что такое непрерывная кривая в  $\mathbb{C}$ ; что называют замкнутой кривой; что называют спрямляемой кривой? Что такое область в  $\mathbb{C}$ ? Что такое односвязная область?
7. Расскажите о понятии функции комплексного переменного; приведите примеры. Дайте определение предела функции. Дайте определение непрерывности функции в точке и в области.
8. Расскажите о функции  $e^z$ . Установите ее основные свойства (характер отображения, отсутствие нулей, периодичность).
9. Расскажите о функциях  $\sin z$ ,  $\cos z$ . Докажите их неограниченность. Решите уравнение  $\sin z = 0$ ,  $\sin z = 4$ .
10. Дайте определение дифференцируемой функции комплексного переменного и ее производной. Поясните геометрический смысл производной.
11. Выведите формулы для производной линейной комбинации, произведения, частного и суперпозиции.
12. Выведите условия Коши–Римана. Дайте определение функции аналитической в области.
13. Докажите, аналитичность функций  $z^n$ ,  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$  (ограничьтесь двумя из перечисленных). Вычислите их производные.
14. Расскажите о функциях  $\operatorname{Ln} z$  и  $z^\alpha$ , их главных значениях и однозначных ветвях. Расскажите об обратных тригонометрических функциях.
15. Дайте определение дробно-линейной функции. Расскажите о ее свойствах. Выведите круговое свойство.
16. Дайте определение гармонической функции. Изложите метод восстановления аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
17. Дайте определение конформного отображения. Опишите все конформные отображения круга  $\{z_0 \in \mathbb{C}, |z| < 1\}$  на себя. Сформулируйте теорему Римана о конформном отображении.
18. Дайте определение комплексного криволинейного интеграла. Сформулируйте теорему об интегрируемости непрерывной функции по спрямляемой кривой. Выведите формулу для вычисления интеграла по (кусочно) гладкой кривой. Вычислите

$$\int_{|z-z_0|=r} \frac{dz}{(z-z_0)^n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

19. Докажите лемму об оценке интеграла.

20. Докажите интегральную теорему Коши для односвязной области, затем докажите ее для конечносвязной области.
21. Выведите формулу Ньютона–Лейбница для криволинейного интеграла от аналитической функции. Докажите теорему Морера.
22. Выведите интегральную формулу Коши.
23. Расскажите об интегралах типа Коши. Сформулируйте утверждение об их аналитичности, запишите формулу для  $n$ -ой производной. Докажите бесконечную дифференцируемость аналитических функций.
24. Расскажите о последовательностях и рядах аналитических функций. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о мажорированной сходимости ряда. Расскажите о дифференцировании и интегрировании рядов аналитических функций.
25. Расскажите о степенных рядах. Докажите теорему Абеля о множестве сходимости степенного ряда.
26. Выведите формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда. Докажите теоремы о равномерной абсолютной сходимости степенного ряда внутри круга сходимости. Докажите аналитичность суммы степенного ряда внутри круга сходимости.
27. Докажите теорему единственности для степенных рядов.
28. Докажите теорему о разложении функции, аналитической в круге, в ряд Тейлора. Выведите формулы для коэффициентов разложения (в том числе в интегральной форме).
29. Докажите теорему Лиувилля об ограниченной целой функции.
30. Дайте определение нуля аналитической функции и его порядка. Как выглядит ряд Тейлора с центром в нуле порядка  $k$ ? Докажите теорему единственности для аналитических функций.
31. Дайте определение особой точки. Дайте определение изолированных особых точек и изложите их классификацию (устранимые особые точки, полюсы, существенно особые точки). Докажите критерий устранимой особенности. Как связаны нули аналитической функции  $f$  и полюсы  $1/f$ ? Дайте определение полюса порядка  $k$ .
32. Расскажите о ряде Лорана. Докажите теорему о разложении функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.
33. Как выглядит лорановское разложение в окрестности устранимой особой точки, в окрестности полюса, в окрестности существенно особой точки?
34. Дайте определение вычета. Расскажите о способах их вычисления. Что такое вычет в  $\infty$ ?
35. Докажите интегральные теоремы о вычетах (в конечной точке и в  $\infty$ ).
36. Расскажите о вычислении интегралов по границе области при помощи вычетов. Вычислите  $\int_{|z|=2} \frac{\sin z}{z^2(z^2+1)} dz$ .
37. Докажите лемму Жордана (в верхней полуплоскости).
38. Расскажите о приложении вычетов к вычислению интегралов от вещественных функций, в частности, к вычислению несобственных интегралов.

39. Дайте определение преобразования Лапласа, оригинала и изображения. Докажите линейность преобразования Лапласа.

40. Докажите теоремы о преобразовании Лапласа для производной, первообразной, свертки, и сдвига (теорема запаздывания).

41. Вычислите стандартные изображения (для оригиналов  $\eta(t)$ ,  $\eta(t)t^\alpha$ ,  $\eta(t)\sin t$ , и т. п.).

42. Расскажите об обращении преобразования Лапласа. Как найти оригинал правильной рациональной функции (изложите два способа: с помощью разложения в сумму простых дробей и при помощи вычетов).

43. Расскажите о приложениях операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (задач Коши) и систем дифференциальных уравнений.

44. Расскажите о приложениях операционного исчисления к решению разностных уравнений.

45. Расскажите о приложениях операционного исчисления к решению интегральных уравнений.

46. Расскажите о приложениях операционного исчисления к расчёту электрических схем.

### **Типовая задача для промежуточной аттестации**

Вычислить  $\frac{1}{2\pi} \int_{|z+i|=2} \frac{t^2-1}{t-z} dt$ , где  $z=0$ ,  $z=2i$ ,  $z=1-i$ .

## **10. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины**

Основными видами учебных занятий по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» являются лекции, практические занятия. Виды учебных занятий определяются рабочей программой дисциплины.

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся по дисциплине «Теория функций комплексного переменного». Они должны давать систематизированные основы научных знаний по дисциплине, концентрировать внимание студентов на наиболее сложных, проблемных вопросах, стимулировать их активную познавательную деятельность и способствовать формированию творческого мышления.

Каждая лекция должна представлять собой устное изложение лектором основных теоретических положений изучаемой дисциплины или отдельной темы как логически законченное целое и иметь конкретную целевую установку. Лекции должны носить, как правило, проблемный характер. Основным методом в лекции выступает устное изложение лектором учебного материала.

Практическим занятиям предшествуют лекции и целенаправленная самостоятельная подготовка студентов, поэтому темы практических занятий и практических заданий заранее сообщаются обучающимся для того, чтобы они име-

ли возможность подготовиться и проработать соответствующие теоретические вопросы дисциплины.

В начале каждого практического занятия преподаватель кратко доводит до обучающихся его цель и задачи и обращает внимание обучающихся на наиболее сложные вопросы, относящиеся к изучаемой теме.

После проведения любого вида занятия студентам выдаются задания на самостоятельную работу. Выдаваемые задания являются частью учебного материала, который студенты должны освоить за время изучения дисциплины.

Самостоятельная работа студента является составной частью учебной работы. Ее основной целью является формирования навыка самостоятельного приобретения знаний по некоторым не особо сложным вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, самостоятельная работа со справочниками, периодическими изданиями и научно-популярной литературой, в том числе находящимися в глобальных компьютерных сетях. Самостоятельная работа подразумевает выполнение учебных заданий.

При изучении тем дисциплины «Теория функций комплексного переменного» обучающимся необходимо: ознакомиться с изложенным теоретическим материалом; акцентировать внимание на основных понятиях каждой конкретной темы; пройти тестирование (входной контроль); выполнить задания на самостоятельную работу; подготовиться к сдаче промежуточной аттестации в виде экзамена с использованием конспекта лекций.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №16 Прикладной математики

«22» декабря 2014 года, протокол № 5.

Разработчики

д. ф.-м. н., профессор

 Береславский Э. Н.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)*

Заведующий кафедрой № 8 Прикладной математики и информатики

к.т.н., доцент

 Далингер Я.М.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)*

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

к.т.н., доцент

 Далингер Я.М.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета «21» января 2015 года, протокол № 4.

С изменениями и дополнениями от «30» августа 2017 года, протокол № 10 (в соответствии с Приказом от 5 апреля 2017 г. № 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры»).