

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
(МИНТРАНС РОССИИ)
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)
ФГБОУ ВО «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»
(ФГБОУ ВО СПбГУ ГА)

УТВЕРЖДАЮ



Первый
проректор-проректор
по учебной работе
Н.Н. Сухих
«30» августа 2017 года

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения математической физики

Направление подготовки
01.03.04 Прикладная математика

Направленность программы (профиль)
Математическое и программное обеспечение систем управления

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
очная

Санкт-Петербург
2017

1 Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Уравнения математической физики» – формирование знаний, умений, навыков и компетенций для построения и анализа математических моделей физических процессов.

Задачами освоения дисциплины являются:

- знакомство студентов с основными физическими процессами, моделируемыми посредством математического аппарата дифференциальных уравнений в частных производных;
- изучение принципов построения физических моделей;
- классификация основных моделей математической физики;
- изучение основных аналитических методов решения линейных уравнений первого и второго порядка в частных производных;
- знакомство с численными методами решения уравнений в частных производных.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к научно-исследовательскому виду профессиональной деятельности.

2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Уравнения математической физики» представляет собой дисциплину, относящуюся к Базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Уравнения математической физики» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплин: «Дополнительные главы математического анализа», «Физика», «Дифференциальные уравнения», «Теоретическая механика», «Математические методы моделирования физических процессов».

Дисциплина «Уравнения математической физики» является обеспечивающей для подготовки к сдаче и сдаче государственного экзамена.

Дисциплина изучается в 7 и 8 семестрах.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины «Уравнения математической физики» направлен на формирование следующих компетенций:

Перечень и код компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
Готовность к самостоятельной работе (ОПК-1)	Знать: - основные типы уравнений математической физики. Уметь: - классифицировать тип уравнения и тип краевых условий.

Перечень и код компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основными численными методами решения уравнений в частных производных.
Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат (ПК-9)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методы вывода основных уравнений из физических моделей. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формулировать уравнение и краевые условия, характеризующие рассматриваемый физический процесс. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами сведения квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду.
Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук (ПК-12)	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - постановки основных краевых задач. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать стандартные краевые задачи математической физики. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основными аналитическими методами решения линейных уравнений в частных производных первого и второго порядка.

4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестр	
		7	8
Общая трудоемкость дисциплины	216	108	108
Контактная работа:	96	56	40
лекции	48	28	20
практические занятия	48	28	20
семинары	–	–	–
лабораторные работы	–	–	–
курсовой проект (работа)	–	–	–
Самостоятельная работа студента	75	43	32
Промежуточная аттестация	45	9	36

5 Содержание дисциплины

5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции			Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК-1	ПК-9	ПК-12		
Тема 1. Квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных	20	+		+	ВК, Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 2. Классификация квазилинейных уравнений второго порядка в частных производных	29	+	+		Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 3. Основные уравнения математической физики	28	+	+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 4. Метод Даламбера решения задачи о колебаниях струны	22		+		Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 5. Метод Фурье	20		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 6. Неоднородные задачи математической физики	12		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 7. Специальные функции	12		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 8. Метод интегральных преобразований	12	+			Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 9. Интегральные уравнения математической физики	16		+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Всего по дисциплине	171					
Промежуточная аттестация	45					
Итого по дисциплине	216					

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ВК – входной контроль, ПАР – письменная аудиторная работа.

5.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КР	Всего часов
7 семестр							
Тема 1. Квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных	4	6			10		20
Тема 2. Классификация квазилинейных уравнений второго порядка в частных производных	8	8			13		29
Тема 3. Основные уравнения математической физики	10	8			10		28
Тема 4. Метод Даламбера решения задачи о колебаниях струны	6	6			10		22
Всего за семестр 7	28	28			43		99
Промежуточная аттестация							9
Итого за семестр 7							108
8 семестр							
Тема 5. Метод Фурье	4	4			12		20
Тема 6. Неоднородные задачи математической физики	4	4			4		12
Тема 7. Специальные функции	4	4			4		12
Тема 8. Метод интегральных преобразований	4	4			4		12
Тема 9. Интегральные уравнения математической физики	4	4			8		16
Всего за семестр 8	20	20			32		72
Промежуточная аттестация							36
Итого за семестр 8							108
Итого по дисциплине							216

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, С – семинар, ЛР – лабораторная работа, КР – курсовая работа.

5.3 Содержание дисциплины

Тема 1. Квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных

Понятие уравнения в частных производных. Порядок уравнения. Линейные и квазилинейные уравнения. Линейные однородные уравнения 1-ого по-

рядка. Система характеристик. Вид общего решения. Квазилинейные неоднородные уравнения 1-ого порядка. Вид общего решения. Задача Коши.

Тема 2. Классификация квазилинейных уравнений второго порядка в частных производных

Классификация квазилинейных уравнений 2-ого порядка (эллиптические, гиперболические и параболические уравнения). Приведение квазилинейного уравнения 2-ого порядка к каноническому виду.

Тема 3. Основные уравнения математической физики

Основные уравнения математической физики: общее уравнение колебаний (уравнение колебаний одномерной струны и двумерной мембраны, уравнение продольных колебаний упругого стержня, уравнение распространения звуковой волны), общее уравнение диффузии (уравнение теплопроводности), уравнения, описывающие стационарные процессы (уравнения Лапласа и Пуассона). Понятие начальных и граничных условий. Постановки краевых задач для уравнения колебаний, уравнения диффузии, стационарного уравнения. Граничные условия 1, 2 и 3 рода. Понятие корректно поставленной краевой задачи. Метод редукции общей краевой задачи. Однородные и неоднородные задачи математической физики.

Тема 4. Метод Даламбера решения задачи о колебаниях струны

Решение задачи о колебаниях неограниченной струны. Формула Даламбера. Применение метода редукции в задачах о колебаниях полуограниченной и ограниченной струны.

Тема 5. Метод Фурье

Ряды Фурье и интеграл Фурье. Принцип суперпозиции для линейных однородных уравнений. Понятие дифференциального уравнения в частных производных с разделяющимися переменными. Примеры. Постановка задачи Штурма – Лиувилля. Регулярный и сингулярный случай. Однородные граничные условия 1, 2, 3 и 4 типа для регулярного случая. Граничные условия для сингулярного случая. Собственные значения и собственные функции. Свойства спектра для регулярного случая. Фундаментальная система решений регулярной задачи Штурма – Лиувилля. Свойства. Нахождение собственных значений и собственных функций в регулярной задаче Штурма – Лиувилля с граничными условиями 1, 2, 3 и 4 типа. Дискретность спектра в регулярной задаче Штурма – Лиувилля. Ортогональность собственных функций. Разложение произвольной функции в ряд по собственным функциям. Общая схема метода Фурье для линейных однородных уравнений 2-ого порядка с 2-мя разделяющимися переменными. Регулярный и сингулярный случаи.

Тема 6. Неоднородные задачи математической физики

Использование метода редукции для приведения неоднородных задач к однородным. Метод Гринберга для решения неоднородных задач. Примеры.

Тема 7. Специальные функции

Эйлеровы интегралы 1 и 2 рода. Свойства. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя (цилиндрические функции) 1 и 2 рода. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Приложение цилиндрических и сферических функций в задачах математической физики.

Тема 8. Метод интегральных преобразований

Интегральные преобразования. Преобразования Фурье и Лапласа. Применение интегральных преобразований в задачах математической физики.

Тема 9. Интегральные уравнения математической физики

Основные классы интегральных уравнений. Уравнения Фредгольма и Вольтерры. Понятие ядра уравнения. Решение интегральных уравнений с помощью рядов и численных методов. Сведение задачи Штурма - Лиувилля к интегральному уравнению. Приложение интегральных уравнений в задачах математической физики. Метод функций Грина.

5.4 Практические занятия (семинары)

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
7 семестр		
1	Практическое занятие 1. Примеры простейших интегрируемых уравнений в частных производных.	2
	Практическое занятие 2. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.	2
	Практическое занятие 3. Квазилинейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка.	2
2	Практическое занятие 4. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.	2
	Практическое занятие 5. Сведение к каноническому виду квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.	2
	Практическое занятие 6-7. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка и сведение их к каноническому виду.	4
3	Практическое занятие 8. Вывод основных уравнений математической физики.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (часы)
	Практическое занятие 9. Постановки краевых задач.	2
	Практическое занятие 10-11. Основные краевые задачи математической физики.	4
4	Практическое занятие 12. Решение задачи о колебаниях неограниченной струны.	2
	Практическое занятие 13. Решение задачи о колебаниях полуограниченной струны.	2
	Практическое занятие 14. Решение задачи о колебаниях ограниченной струны.	2
Всего за семестр 7		28
8 семестр		
5	Практическое занятие 1. Общая идея метода Фурье. Примеры решения гиперболических, параболических и эллиптических уравнений методом Фурье.	2
	Практическое занятие 2. Задача Штурма - Лиувилля.	2
6	Практическое занятие 3. Примеры неоднородных задач математической физики. Решение неоднородных задач по методу редукции.	2
	Практическое занятие 4. Решение неоднородных задач по методу Гринберга.	2
7	Практическое занятие 5. Свойства цилиндрических функций. Свойства сферических функций.	2
	Практическое занятие 6. Использование специальных функций в задачах математической физики.	2
8	Практическое занятие 7. Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа.	2
	Практическое занятие 8. Решение задач математической физики методом интегральных преобразований.	2
9	Практическое занятие 9. Примеры интегральных уравнений. Методы решения интегральных уравнений.	2
	Практическое занятие 10. Интегральные уравнения в задачах математической физики. Метод функций Грина.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
Всего за семестр 8		20
Итого по дисциплине		48

5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
7 семестр		
1	1. Изучение теоретического материала «Квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1-3]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	10
2	1. Изучение теоретического материала «Классификация квазилинейных уравнений второго порядка в частных производных» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1-3, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	13
3	1. Изучение теоретического материала «Основные уравнения математической физики» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1-3]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	10
4	1. Изучение теоретического материала «Метод Даламбера решения задачи о колебаниях струны» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1-3]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	10
Всего за семестр 7		43
8 семестр		
5	1. Изучение теоретического материала «Метод Фурье» (конспект лекций и рекомендуемая литература [4-5]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	12

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
6	1. Изучение теоретического материала «Неоднородные задачи математической физики» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1- 3]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	4
7	1. Изучение теоретического материала «Специальные функции» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1-3, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	4
8	1. Изучение теоретического материала «Метод интегральных преобразований» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 6-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	4
9	1. Изучение теоретического материала «Интегральные уравнения математической физики» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 6]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	8
Всего за семестр 8		32
Итого по дисциплине		75

5.7 Курсовые работы

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Карчевский, М.М. **Лекции по уравнениям математической физики** [Электронный ресурс]: учебное пособие / М.М. Карчевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 164 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72982>. — Загл. с экрана.

2. Байков, В. А. **Уравнения математической физики: учебник и практикум для академического бакалавриата** / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 255 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02925-3. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/96DAAD96-4B92-45CA-8F61-CD5204D34A54.

3. Полянин, А. Д. **Нелинейные уравнения математической физики и механики. Методы решения: учебник и практикум для академического бакалавриата** / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев, А. И. Журов. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 256 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02317-6. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/2381F648-4ABF-45D9-9494-F34E587201DD

б) дополнительная литература:

4. Карчевский, М.М. **Уравнения математической физики. Дополнительные главы** [Электронный ресурс]: учебное пособие / М.М. Карчевский, М. Ф. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 276 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72983>. — Загл. с экрана.

5. Полянин, А. Д. **Уравнения и задачи математической физики в 2 ч. Часть 2: справочник для академического бакалавриата** / А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 333 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01646-8. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/DA43721B-F0E3-4FEB-9EC3-EF29001B783C

6. Палин, В. В. **Методы математической физики. Лекционный курс: учеб. пособие для академического бакалавриата** / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 222 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03589-6. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/A098F5E7-EA89-4EA4-B232-C7A66D138118

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

7. **Научное сообщество** [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://mathinfinity.net.ru/>, свободный (дата обращения: 10.08.2017).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

8 **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>, свободный (дата обращения: 10.08.2017).

9 **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный (дата обращения: 10.08.2017).

10 **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный (дата обращения: 10.08.2017).

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Компьютерные классы кафедры № 8 (ауд.: 800, 801, 803, 804) с доступом в Интернет, переносной проектор.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

8 Образовательные и информационные технологии

Дисциплина «Уравнения математической физики» предполагает использование следующих образовательных технологий: входной контроль, лекции, практические занятия и самостоятельная работа студента.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения студентами дидактических единиц. Он осуществляется по вопросам дисциплин, на которых базируется дисциплина «Уравнения математической физики» (п.2).

Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий, на основе современных информационных и образовательных технологий, что, в сочетании с внеаудиторной работой, приводит к формированию и развитию профессиональных компетенций обучающихся. Это позволяет учитывать как исходный уровень знаний студентов, так и существующие методические, организационные и технические возможности обучения.

Практическое занятие обеспечивает связь теории и практики, содействует выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студента позволяет сформировать навыки самостоятельного приобретения обучающимися знаний по некоторым несложным вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков во время лекций и практических занятий.

Использование консультационных часов позволяет индивидуализировать занятия со студентами, проконтролировать освоение учебного материала. Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу и систематический контроль хода этой работой.

В рамках изучения дисциплины «Уравнения математической физики» предполагается использовать в качестве информационных технологий среду Microsoft Office.

9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в виде зачета (7 семестр), экзамена (8 семестр).

Текущий контроль успеваемости включает письменные аудиторные работы. Письменная аудиторная работа проводится по темам практических занятий в соответствии с данной программой и предназначен для проверки способности обучающихся решать задачи по темам дисциплины. Контроль выполнения за-

дания, выдаваемого на самостоятельную работу, преследует собой цель своевременного выявления плохо усвоенного материала дисциплины для последующей корректировки или организации обязательной консультации.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде экзамена в 8 семестре, зачета в 7 семестре. К моменту сдачи экзамена (зачета) должны быть успешно пройдены предыдущие формы контроля. Экзамен позволяет оценить уровень освоения компетенций за весь период изучения дисциплины.

9.1. Балльно–рейтинговая оценка текущего контроля успеваемости и знаний студентов

7 семестр

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	минимальное значение		
Контактная работа				
<i>Аудиторные занятия</i>				
Лекции №1-14	7	10,5	1-14	
Практические занятия №1-14	14	17,5	1-14	
Письменная аудиторная работа №1-4	24	42	1-14	
Итого по обязательным видам занятий	45	70		
Зачет	15	30		
Итого по дисциплине	60	100		
<i>Премияльные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Научные публикации по темам дисциплины		10		
Участие в конференциях по темам дисциплины		10		
Итого дополнительно премиальных баллов		20		
Всего по дисциплине для рейтинга		120		
Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку для зачета				
Количество баллов по БРС			Оценка	
60 и более			«зачтено»	
менее 60			«не зачтено»	

8 семестр

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	минимальное значение		
Контактная работа				
<i>Аудиторные занятия</i>				
Лекции №1-10	5	7,5	1-10	
Практические занятия №1-10	10	12,5	1-10	
Письменная аудиторная работа №1-5	30	50	1-10	
Итого по обязательным видам занятий	45	70		
Экзамен	15	30		
Итого по дисциплине	60	100		
Премияльные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)				
Научные публикации по теме дисциплины		5		
Участие в конференциях по теме дисциплины		5		
Участие в предметной олимпиаде		5		
Прочее		5		
Итого дополнительно премиальных баллов		20		
Всего по дисциплине (для рейтинга)		120		
Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале				
Количество баллов по БРС	Оценка (по «академической» шкале)			
90 и более	5 – «отлично»			
75÷89	4 – «хорошо»			
60÷74	3 – «удовлетворительно»			
менее 60	2 – «неудовлетворительно»			

9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

7 семестр:

Посещение лекционного занятия с ведением конспекта оценивается от 0,5 до 0,75 баллов. Посещение практического занятия с ведением конспекта оценивается от 1 до 1,25 баллов. Письменная аудиторная работа, в зависимости от сложности, оценивается от 6 до 10,5 баллов.

8 семестр:

Посещение лекционного занятия с ведением конспекта оценивается от 0,5 до 0,75 баллов. Посещение практического занятия с ведением конспекта оценивается от 1 до 1,25 баллов. Письменная аудиторная работа, в зависимости от сложности, оценивается от 6 до 10 баллов.

9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине

Написание курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

9.4 Контрольные вопросы для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

- дать определение квадратичной формы, ее положительной и отрицательной определенности;
- рассказать алгоритм сведения квадратичной формы к каноническому виду;
- дать определение функционала, метрики, нормы;
- дать определение производной и интеграла;
- выписать основные формулы интегрального исчисления (Грина, Стокса, Остроградского - Гаусса);
- написать уравнения колебаний, теплопроводности;
- сформулировать понятия дифференциального уравнения, общего и частного решения, задачи Коши, краевой задачи;
- указать простейшие типы дифференциальных уравнений и систем;
- решить линейное однородное и неоднородное дифференциальное уравнение старшего порядка;
- скорости и ускорения точек тела при сферическом движении.
- угловая скорость регулярной прецессии оси гироскопа.
- скорость и ускорение точек тела при произвольном движении.
- введение в динамику. Основные термины, законы динамики Ньютона.
- задачи динамики материальной точки.
- решить линейную автономную дифференциальную систему.

9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Критерий	Этапы формирования	Показатель
<i>Готовность к самостоятельной работе (ОПК-1)</i>		
Знать: - основные типы уравнений математической физики.	1 этап формирования	– Знание основных типов математических моделей.
	2 этап формирования	– Знание основных принципов математического моделирования физических процессов.
Уметь: - классифицировать тип уравнения и тип краевых условий.	1 этап формирования	– Умение классифицировать типы физических процессов и виды математического аппарата, используемые для их описания.
	2 этап формирования	– Умение формулировать краевые задачи для различных физических процессов и оценивать их корректность.
Владеть: - основными численными методами решения уравнений в частных производных.	1 этап формирования	– Владение основными методами численного интегрирования уравнений в частных производных.
	2 этап формирования	– Владение методами оценки эффективности использования различных численных методов для решения задач математической физики.
<i>Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат (ПК-9)</i>		
Знать: - методы вывода основных уравнений из физических моделей.	1 этап формирования	– Знание основных законов физики, позволяющих моделировать различные процессы в природе.
	2 этап формирования	– Знание основных методов построения математических уравнений, моделирующих физические процессы.

Критерий	Этапы формирования	Показатель
Уметь: - формулировать уравнение и краевые условия, характеризующие рассматриваемый физический процесс.	1 этап формирования	- Умение строить математическую модель для описания различных физических процессов.
	2 этап формирования	- Умение формулировать краевые задачи.
Владеть: - методами сведения квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду.	1 этап формирования	- Владение методами сведения квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду.
	2 этап формирования	- Владение методами анализа уравнений в канонической форме.
<i>Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук (ПК-12)</i>		
Знать: - постановки основных краевых задач.	1 этап формирования	- Знание основных принципов моделирования колебательных, диффузионных и стационарных процессов математической физики.
	2 этап формирования	- Знание основных типов краевых задач.
Уметь: - решать стандартные краевые задачи математической физики.	1 этап формирования	- Умение определять тип краевой задачи и выбирать наиболее эффективный метод ее решения.
	2 этап формирования	- Умение решать стандартные краевые задачи математической физики.
Владеть: - основными аналитическими методами решения линейных уравнений в частных производных первого и второго порядка.	1 этап формирования	- Владение основными аналитическими методами решения линейных уравнений первого порядка в частных производных.
	2 этап формирования	Владение основными аналитическими методами решения линейных уравнений второго порядка в частных производных.

Характеристики шкалы оценивания приведены ниже.

1. Максимальное количество баллов за экзамен (зачет) – 30. Минимальное (зачетное) количество баллов – 15 баллов (что соответствует «зачтено» в случае зачета и «удовлетворительно» в случае экзамена).
2. При наборе менее 15 баллов – экзамен (зачет) не сдан по причине недостаточного уровня знаний.
3. Оценка экзамена (отметка «зачтено») выставляется как сумма набранных баллов за ответы на вопросы билета и за решение задачи.
4. Ответы на вопросы билета оцениваются следующим образом:
 - *1 балл*: отсутствие продемонстрированных знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта (нет ответа на вопрос) или отказ от ответа;
 - *2 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, демонстрация фрагментарных знаний в рамках образовательного стандарта, незнание лекционного материала;
 - *3 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, много наводящих вопросов, отсутствие ответов по основным положениям вопроса, незнание лекционного материала;
 - *4 балла*: ответ удовлетворительный, оценивается как минимально необходимые знания по вопросу, при этом студентом продемонстрировано хотя бы минимальное знание всех разделов вопроса в пределах лекционного материала. При этом студентом демонстрируется достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;
 - *5 баллов*: ответ удовлетворительный, достаточные знания в объеме учебной программы, ориентированные на воспроизведение; использование научной (технической) терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
 - *6 баллов*: ответ удовлетворительный, студент достаточно ориентируется в основных аспектах вопроса, демонстрирует полные и систематизированные знания в объеме учебной программы;
 - *7 баллов*: ответ хороший (достаточное знание материала), но требовались наводящие вопросы, студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы;
 - *8 баллов*: ответ хороший, ответом достаточно охвачены все разделы вопроса, единичные наводящие вопросы; студент демонстрирует способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы;
 - *9 баллов*: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; студент демонстрирует способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы;
 - *10 баллов*: ответ на вопрос полный, не было необходимости в дополнительных (наводящих вопросах); студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы.
5. Решение задачи оценивается следующим образом:

- *10 баллов*: задание выполнено на 91-100 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, уверенно и правильно отвечает на вопросы преподавателя;
- *9 баллов*: задание выполнено на 86-90 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, правильно отвечает на вопросы преподавателя;
- *8 баллов*: задание выполнено на 81-85 %, ход решения правильный, незначительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает верные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает некоторые затруднения в интерпретации полученных выводов;
- *7 баллов*: задание выполнено на 74-80 %, ход решения правильный, значительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает правильные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает определенные затруднения в интерпретации полученных выводов;
- *6 баллов*: задание выполнено 66-75 %, подход к решению правильный, есть ошибки, оформление с незначительными погрешностями, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
- *5 баллов*: задание выполнено на 60-65 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
- *4 балла*: задание выполнено на 55-59 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;
- *3 балла*: задание выполнено на 41-54 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, неправильная интерпретация выводов, студент дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;
- *2 балла*: задание выполнено на 20-40 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, выводы отсутствуют; не может прокомментировать ход решения задачи, дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;
- 1 балл*: задание выполнено менее, чем на 20 %, решение содержит грубые ошибки, студент не может прокомментировать ход решения задачи, не способен сформулировать выводы по работе.

9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Типовые задания для письменной аудиторной работы (7семестр)

1. Найти общее решение уравнений

$$\frac{\partial^2 u(x; y)}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2 \frac{\partial u}{\partial x}$$

2. Решить линейное неоднородное уравнение в частных производных первого порядка

$$y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = x - y.$$

3. Определить тип линейного уравнения в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \sin x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \cos^2 x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \cos x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

$$(1 + x^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 + y^2) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

4. Свести уравнения из задачи 4 к каноническому виду.

5. Привести к каноническому виду и решить уравнения

$$U''_{xx} - 2 \sin x \cdot U''_{xy} - \cos^2 x \cdot U''_{yy} - \cos x \cdot U'_y = 0$$

$$x^2 U''_{xx} - 2xy U''_{xy} + y^2 U''_{yy} + x U'_x + y U'_y = 0$$

$$x U''_{xx} - y U''_{yy} + \frac{1}{2} (U'_x - U'_y) = 0; \quad (x > 0, y > 0)$$

$$U''_{xx} - 4U''_{xy} + 4U''_{yy} + 3U'_x - 6U'_y = 0$$

$$4U''_{xx} - 4U''_{xy} + U''_{yy} - 10U'_x + 5U'_y = 0$$

$$x^2 U''_{xx} - 2xy U''_{xy} - 3y^2 U''_{yy} = 0$$

6. Найти решение задачи Коши для уравнений

$$10U''_{xx} + 9U''_{xy} + 2U''_{yy} = 0; \quad U(x, 0) = 3x, \quad U'_y(x, 0) = x + 2$$

$$2U''_{xx} + 5U''_{xy} + 2U''_{yy} = 0; \quad U(x, 0) = 1 + x, \quad U'_y(x, 0) = 2$$

$$6U''_{xx} - 7U''_{xy} + 2U''_{yy} = 0; \quad U(x, 0) = x^2, \quad U'_y(x, 0) = 1$$

$$U''_{xx} - U''_{xy} - 2U''_{yy} = 0; \quad U(x, 0) = 2x + 1, \quad U'_y(x, 0) = 4x$$

$$U''_{xx} + 5U''_{xy} + 4U''_{yy} = 0; \quad U(x, 0) = 2x, \quad U'_y(x, 0) = x + 1$$

$$2U''_{xx} + 7U''_{xy} + 6U''_{yy} = 0; \quad U(x, 0) = 1 - x^2, \quad U'_y(x, 0) = 1$$

Типовые задания для письменной аудиторной работы (8 семестр)

1. Решить краевую задачу

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u(x, 0) = \varphi(x) = \begin{cases} \frac{x}{5}, & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{l}{2}, \\ -\frac{1}{5}(x-l), & \text{при } \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}, \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \psi(x) = 0,$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0.$$

2. Решить краевую задачу

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad u|_{\partial D} = x^2 - y^2 + \frac{1}{4}y.$$

Где D - круг

$$x^2 + y^2 \leq 4,$$

∂D - его граница.

3. Решить неоднородные краевые задачи

$$U''_{tt} = \frac{1}{16}U''_{xx} + 50e^{-7t} \cdot \sin 4x, \quad U(0, t) = U(\pi, t) = 0, \quad U(x, 0) = U'_t(x, 0) = 0, \quad x \in [0, \pi]$$

$$U''_{tt} = U''_{xx} + 16 \cos 8t \cdot \sin 8x, \quad U(0, t) = U(2\pi, t) = 0, \quad U(x, 0) = U'_t(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 2\pi]$$

$$U''_{tt} = 9U''_{xx} + 36 \cos 18t \cdot \sin 6x, \quad U(0, t) = U(\pi, t) = 0, \quad U(x, 0) = U'_t(x, 0) = 0, \quad x \in [0, \pi]$$

$$U'_t = 8U''_{xx}, \quad U(x, 0) = 6 \sin 3\pi x + 2 - 3x, \quad U(0, t) = 2, \quad U(3, t) = -7$$

$$U'_t = 7U''_{xx}, \quad U(x, 0) = 7 \sin 2\pi x - 3 + 4x, \quad U(0, t) = -3, \quad U(1, t) = 1$$

$$U'_t = 6U''_{xx}, \quad U(x, 0) = 8 \sin 4\pi x + 4 - 5x, \quad U(0, t) = 4, \quad U(2, t) = -6$$

$$U'_t = 5U''_{xx}, \quad U(x, 0) = 9 \sin 3\pi x - 5 + 2x, \quad U(0, t) = -5, \quad U(3, t) = 1$$

4. Решить задачу Дирихле для круга с граничными условиями

$$U(1, \varphi) = 3 \cos 7\varphi + 4 \sin 6\varphi$$

$$U(1, \varphi) = 7 \cos 3\varphi + \sin^2 2\varphi$$

$$U(1, \varphi) = 9 \cos 2\varphi + 4 \sin 2\varphi \cdot \sin 6\varphi$$

$$U(1, \varphi) = 11 \cos 4\varphi - 8 \cos^3 \varphi$$

Перечень типовых вопросов к зачету для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (7 семестр)

1. Понятие уравнения в частных производных. Порядок уравнения. Линейные и квазилинейные уравнения.
2. Линейные однородные уравнения 1-ого порядка. Система характеристик. Вид общего решения.
3. Квазилинейные неоднородные уравнения 1-ого порядка. Вид общего решения. Задача Коши.
4. Классификация квазилинейных уравнений 2-ого порядка (эллиптические, гиперболические и параболические уравнения).
5. Приведение квазилинейного уравнения 2-ого порядка к каноническому виду.
6. Общее уравнение колебаний (уравнение колебаний одномерной струны и двумерной мембраны, уравнение продольных колебаний упругого стержня, уравнение распространения звуковой волны).
7. Общее уравнение диффузии (уравнение теплопроводности).
8. Уравнения, описывающие стационарные процессы (уравнения Лапласа и Пуассона).
9. Понятие начальных и граничных условий. Постановки краевых задач для уравнения колебаний, уравнения диффузии, стационарного уравнения. Граничные условия 1, 2 и 3 рода.
10. Понятие корректно поставленной краевой задачи.
11. Метод редукции общей краевой задачи.
12. Однородные и неоднородные задачи математической физики.
13. Решение задачи о колебаниях неограниченной струны. Формула Даламбера.
14. Применение метода редукции в задачах о колебаниях полуограниченной и ограниченной струны.

Перечень типовых вопросов к экзамену для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (8 семестр)

1. Ряды Фурье и интеграл Фурье.
2. Принцип суперпозиции для линейных однородных уравнений.
3. Понятие дифференциального уравнения в частных производных с разделяющимися переменными. Примеры.

4. Постановка задачи Штурма – Лиувилля. Регулярный и сингулярный случай.
5. Однородные граничные условия 1, 2, 3 и 4 типа для регулярного случая. Граничные условия для сингулярного случая.
6. Собственные значения и собственные функции.
7. Свойства спектра для регулярного случая.
8. Фундаментальная система решений регулярной задачи Штурма – Лиувилля. Свойства.
9. Нахождение собственных значений и собственных функций в регулярной задаче Штурма – Лиувилля с граничными условиями 1, 2, 3 и 4 типа.
10. Дискретность спектра в регулярной задаче Штурма – Лиувилля.
11. Ортогональность собственных функций. Разложение произвольной функции в ряд по собственным функциям.
12. Общая схема метода Фурье для линейных однородных уравнений 2-ого порядка с 2-мя разделяющимися переменными. Регулярный и сингулярный случай.
13. Использование метода редукции для приведения неоднородных задач к однородным.
14. Метод Гринберга для решения неоднородных задач. Примеры.
15. Эйлеровы интегралы 1 и 2 рода. Свойства.
16. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя (цилиндрические функции) 1 и 2 рода.
17. Сферические функции. Полиномы Лежандра.
18. Приложение цилиндрических и сферических функций в задачах математической физики.
19. Интегральные преобразования. Преобразования Фурье и Лапласа.
20. Свойства преобразований Фурье и Лапласа.
21. Применение интегральных преобразований в задачах математической физики.
22. Основные классы интегральных уравнений.
23. Уравнения Фредгольма и Вольтерры.
24. Понятие ядра уравнения.
25. Решение интегральных уравнений с помощью рядов.
26. Применение численных методов к решению интегральных уравнений.
27. Сведение задачи Штурма - Лиувилля к интегральному уравнению.
28. Приложение интегральных уравнений в задачах математической физики.
29. Метод функций Грина.

Типовая задача для промежуточной аттестации (7 семестр)

Решить линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

Типовая задача для промежуточной аттестации (8 семестр)

Найти решение задачи по методу Даламбера

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ если } u|_{t=0} = x, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0.$$

10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Уравнения математической физики» характеризуется совокупностью методов, приемов и средств обучения, обеспечивающих реализацию содержания и учебно-воспитательных целей дисциплины, которая может быть представлена как некоторая методическая система, включающая методы, приемы и средства обучения. Такой подход позволяет более качественно подойти к вопросу освоения дисциплины обучающимися.

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся по дисциплинам вообще и по дисциплине «Уравнения математической физики» в частности. Будучи по содержанию теоретическими, прикладными и методическими, по данной дисциплине они являются *теоретическими*. По назначению: *вводными, тематическими и заключительными*.

Методика преподавания лекционного курса дисциплины строится на использовании конкретной, оптимальной для нее методической системы. Методическая система есть сумма методов, приемов и средств обучения. Основой для построения системы служат дидактические принципы высшей школы, педагогическая психология и обобщенный опыт преподавания дисциплины.

Интерес к изучению учебного материала достигается на лекции применением *комплекса методических приемов*: четкой формулировкой темы, разъяснением важности знания учебного материала для дальнейшей практической деятельности; выделением в изучаемом материале главного; созданием на занятиях хорошего эмоционального настроения; использованием творческого характера заданий на самостоятельную работу, выдаваемых обучающимся.

Любое практическое занятие начинается, как правило, с формулирования его целевых установок. Понимание обучаемыми целей и задач занятия, его значения для специальной подготовки способствует повышению интереса к занятию и активизации работы по овладению учебным материалом.

Основную часть практического занятия составляет работа обучаемых по выполнению учебных заданий под руководством преподавателя. Эффективность этой части занятия зависит от ряда условий. Прежде всего, требуется тщательная разработка учебных заданий. По своему содержанию каждое задание должно быть логическим развитием основной идеи дисциплины и учитывать специальность подготовки обучаемых. Наряду с этим в задании необходимо предусмотреть использование и закрепление знаний, навыков и умений, по-

лученных при изучении смежных дисциплин, т.е. учесть принцип комплексности в обучении.

Практические занятия, закрепляя и углубляя знания, в то же время должны всемерно содействовать развитию мышления обучаемых. Наиболее успешно это достигается в том случае, когда учебное задание содержит элементы проблемности, т.е. возможность неоднозначных решений или ответов, побуждающих обучаемых самостоятельно рассуждать, искать ответы и т.п. Постановка на занятиях проблемных задач и вопросов требует соответствующей подготовки преподавателя. Готовясь к занятию, он должен заранее наметить все вопросы, имеющие проблемный характер, продумать четкую их формулировку и оптимальные варианты решения с активным участием обучаемых.

В современных условиях перед студентом стоит важная задача – научиться работать с массивами информации. Обучающимся необходимо развивать в себе способность и потребность использовать доступные информационные возможности и ресурсы для поиска нового знания и его распространения. Для достижения этой цели, в вузе организуется самостоятельная работа обучающихся. Кроме того, современное обучение предполагает, что существенную часть времени в освоении учебной дисциплины обучающийся проводит самостоятельно.

Завершающим этапом самостоятельной работы является подготовка к сдаче экзамена по дисциплине, предполагающая интеграцию и систематизацию всех полученных при изучении учебной дисциплины знаний.

Экзамен (8 семестр) и зачет (7 семестр) позволяет определить уровень освоения обучающимся компетенций (п. 9.5) за период изучения данной дисциплины. Экзамен (зачет) предполагает ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи (п. 9.6).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №16 Прикладной математики

«22» декабря 2014 года, протокол № 5.

Разработчики:

к.ф.-м.н., доцент


(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)

Платонов А.В.

Заведующий кафедрой № 8 Прикладной математики и информатики

к.т.н., доцент


(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)

Далингер Я.М.

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

к.т.н., доцент


(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)

Далингер Я.М.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета «21» января 2015 года, протокол № 4.

С изменениями и дополнениями от «30» августа 2017 года, протокол № 10 (в соответствии с Приказом от 5 апреля 2017 г. № 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры»).