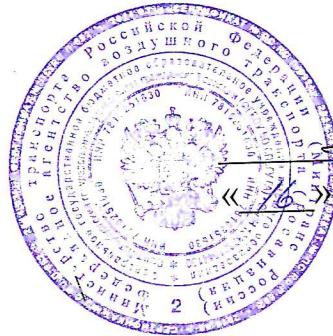


ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)  
ФГБОУ ВО «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»  
(ФГБОУ ВО СПбГУ ГА)

УТВЕРЖДАЮ

Первый  
проректор-проректор  
по учебной работе  
  
Н.Н. Сухих  
  
2019 года



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
**Нелинейные модели**

Направление подготовки  
**01.03.04 Прикладная математика**

Направленность программы (профиль)  
**Математическое и программное обеспечение систем управления**

Квалификация выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Санкт-Петербург  
2019

## **1 Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Нелинейные модели» является приобретение обучающимися теоретических основ построения математических моделей нелинейных процессов, а также формирование необходимых знаний, умений, навыков и компетенций для успешной профессиональной деятельности выпускника в области изучения и применения нелинейных моделей и процессов в решении прикладных задач.

Задачами освоения дисциплины являются:

- формирование у обучающихся знаний о современных концепциях математических моделей нелинейных процессов;
- приобретение обучающимися умений применять и рассчитывать нелинейные модели для решения поставленной задачи на основании имеющихся теоретических знаний;
- овладение обучающимися навыками применения и программирования нелинейных моделей в профессиональной деятельности.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к научно-исследовательскому типу профессиональной деятельности.

## **2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Нелинейные модели» представляет собой дисциплину, относящуюся к Части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Нелинейные модели» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплины «Математический анализ», «Теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики».

Дисциплина «Нелинейные модели» является обеспечивающей для Подготовки к сдаче и сдаче государственного экзамена.

Дисциплина «Нелинейные модели» изучается в 7 и 8 семестрах.

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

Процесс освоения дисциплины «Нелинейные модели» направлен на формирование следующих компетенций:

Перечень и код компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике (ОПК-1).	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные приемы конформных отображений, способы постановки и решения стационарной, предельной и нестационарной задачи, методы построения и оценки приближенных моделей;</li> <li>- основные приемы теории возмущений, виды разложений, методы решения нелинейных с помощью разложений.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- моделировать стационарные и нестационарные процессы, верифицировать полученные данные;</li> <li>- выявить возможность и рациональность применения методов теории возмущений, применять разложения для нелинейных моделей.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- аппаратом и методами теории функций комплексного переменного, численными методами и теории возмущений для грамотной математической постановки и анализа нелинейных задач, возникающих в профессиональной деятельности.</li> </ul>
Способен планировать и осуществлять вычислительные эксперименты, анализировать и интерпретировать полученные результаты (ПК-1).	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методики выбора математического аппарата, формализации данных, алгоритмы построения нелинейной модели и способы верификации полученных данных.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы теории функций комплексного переменного, численные методы и теории возмущений к описанию нелинейных процессов в прикладных задачах, проверить адекватность модели и провести анализ полученных данных, принять решение на основе полученных результатов.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью и готовностью применять математический аппарат теории функций комплексного переменного, численных методов и теории возмущений для решения поставленных прикладных задач.</li> </ul>

## 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестр	
		7	8
Общая трудоемкость дисциплины	288	108	180
Контактная работа:	92,8	42,3	50,5
лекции	52	28	24
практические занятия	38	14	24
семинары	-	-	-
лабораторные работы	-	-	-
курсовый проект (работа)	-	-	-
Самостоятельная работа студента	153	57	96
Промежуточная аттестация	45	9	36
контактная работа	2,8	0,3	2,5
самостоятельная работа по подготовке к зачёту (7 семестр), экзамену (8 семестр)	42,2	8,7	33,5

## 5 Содержание дисциплины

### 5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции			
		ОПК - 1	ПК - 1	Образовательные технологии	Оценочные средства
Тема 1. Введение в моделирование нестационарных процессов	46	+	+	ВК, Л, ПЗ, СРС	ИЗ
Тема 2. Стационарные процессы формообразования	53	+	+	Л, ПЗ, СРС	ИЗ
Тема 3. Моделирование нестационарных процессов	48	+	+	Л, ПЗ, ЛР, СРС	ИЗ
Тема 4. Основы теории возмущений	48	+	+	Л, ПЗ, СРС	ИЗ
Тема 5. Методы теории возмущений	48	+	+	Л, ПЗ, ЛР, СРС	ИЗ

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции		
		ОПК - 1	ПК - 1	Образовательные технологии
Всего по дисциплине	243			
Промежуточная аттестация	45			
Итого по дисциплине	288			

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, ЛР – лабораторная работа, СРС – самостоятельная работа студента, ВК – входной контроль, ИЗ – индивидуальные задания.

## 5.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КР	Всего часов
7 семестр							
Тема 1. Введение в моделирование нестационарных процессов	14	6			26		46
Тема 2. Стационарные процессы формообразования	14	8			31		53
Всего за семестр 7	28	14			57		99
Промежуточная аттестация							9
Итого за семестр 7							108
8 семестр							
Тема 3. Моделирование нестационарных процессов	8	8			32		48
Тема 4. Основы теории возмущений	8	8			32		48
Тема 5. Методы теории возмущений	8	8			32		48
Всего за семестр 8	24	24			96		144
Промежуточная аттестация							36
Итого за семестр 8							180
Итого по дисциплине							288

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, С – семинар, СРС – самостоятельная работа студента, КР – курсовая работа, ЛР – лабораторная работа.

## **5.3 Содержание дисциплины**

### **Тема 1. Введение в моделирование нестационарных процессов**

Анализ подходов к построению интерполяционных и экстраполяционных моделей. Экстраполяция при известном порядке аппроксимации. Оценка погрешности интерполяции и экстраполяции. Численная фильтрация результатов. Обзор нестационарных задач, решенных ранее и анализ недостатков известных методов.

Методы теории функций комплексного переменного. Конформные отображения элементарных функций. Способы обхода особенностей с использованием конформных отображений. Ряды Тейлора и Лорана в конформных отображениях. Комплексный потенциал. Условия Коши-Римана. Условие потенциальности. Условие соленоидальности. Линии тока, эквипотенциальность.

### **Тема 2. Стационарные процессы формообразования как предельный случай нестационарности**

Постановка стационарной и предельно-стационарной задач. Условие стационарности. Условие предельного формообразования. Квазистационарная постановка задачи. Стационарная обработка криволинейным ЭИ. Метод годографа. Стационарная ЭХО плоским ЭИ с прямолинейным выступом. Предельная ЭХО плоским ЭИ с прямолинейным выступом. Моделирование процесса стационарной электрохимической обработки плоским ЭИ с полуциркульным выступом. Разработка метода и построение приближенных моделей формообразования. Способы оценки и верификации интерполяционной модели.

### **Тема 3. Моделирование нестационарных процессов**

Физическая постановка задачи. Математическая модель. Постановка плоской нестационарной задачи. Описание границы области составной функцией. Разработка численно-аналитического метода решения нестационарной задачи. Восстановление границы области при помощи интеграла Шварца и частных производных. Шаг по времени методом предиктор-корректор. Описание алгоритмов и комплекса программ численного решения.

### **Тема 4. Основы теории возмущений**

Анализ размерностей. Функции сравнения (калибровочные функции). Символы порядка. Разложения по степеням параметра или независимой переменной. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последо-

вательности. Единственность асимптотических разложений. Сравнение сходящихся и асимптотических рядов. Простейшие действия над асимптотическими разложениями. Неравномерные разложения. Источники неравномерности.

### Тема 5. Методы теории возмущений

Бесконечные области. Уравнение Дюффинга. Малый параметр при старшей производной. Прямые разложения типа Пуанкаре. Методика Линдштедта-Пуанкаре. Метод перенормировки. Метод многих масштабов. Метод Прандтля. Внешнее и внутреннее разложения. Высшие приближения и усовершенствованные процедуры сращивания. Метод составных разложений.

#### 5.4 Практические занятия (семинары)

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
7 семестр		
1	Практическое занятие 1. Оценка погрешности.	2
	Практическое занятие 2-3. Численная фильтрация результатов	4
	Практическое занятие 4-5. Конформные отображения элементарных функций.	4
	Практическое занятие 6-7. Ряды Тейлора и Лорана в конформных отображениях.	4
2	Практическое занятие 8. Условие стационарного и предельного формообразования.	2
	Практическое занятие 9. Метод годографа.	2
	Практическое занятие 10. Обработка криволинейным ЭИ	2
	Практическое занятие 11. Обработка плоским ЭИ с прямолинейным выступом	2
	Практическое занятие 12. Обработка плоским ЭИ с полукруглым выступом	2
	Практическое занятие 13. Построение приближенных моделей	2
	Практическое занятие 14. Оценка и верификация интерполяционной модели	2
Всего за семестр 7		28
8 семестр		
3	Практическое занятие 15-18. Восстановление	8

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
	границы области при помощи интеграла Шварца	
4	Практическое занятие 19-22. Функции сравнения (калибровочные функции).	8
5	Практическое занятие 23-26. Разложения по степеням параметра или независимой переменной.	8
Всего за семестр 8		24
Итого по дисциплине		52

### 5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум по дисциплине не предусмотрен учебным планом.

### 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
7 семестр		
1	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала по теме «Введение в моделирование нестационарных процессов» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 4, 5]. 2. Выполнение индивидуальных заданий.	26
2	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала по теме «Стационарные процессы формообразования» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 4, 5, 6, 7]. 2. Выполнение индивидуальных заданий.	31
Всего за семестр 7		57
8 семестр		
3	1 Поиск, анализ информации и проработка учебного материала по теме «Моделирование нестационарных процессов» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 4, 5, 10]. 2. Выполнение индивидуальных заданий.	32
4	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала по теме «Основы теории возмущений» (конспект лекций и рекомендуе-	32

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
	мая литература [3, 4]. 2. Выполнение индивидуальных заданий.	
5	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала по теме «Методы теории возмущений» (конспект лекций и рекомендуемая литература [3, 4, 6, 8, 9]). 2. Выполнение индивидуальных заданий.	32
Всего за семестр 8		96
Итого по дисциплине		153

### 5.7 Курсовые работы (проекты)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

## 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Петрушко, И.М. **Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной** [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Петрушко, А.Г. Елисеев, В.И. Качалов, С.Ф. Кудин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/526>. — Загл. с экрана.

2. Муксимова, Р.Р., Житников, В.П. **Моделирование нестационарных процессов (на примере задач Хеле-Шоу)** [Текст] / Р.Р. Муксимова. - СПб.: СПБГУГА, 2015. – 74 с. Количество экземпляров: 54.

3. Лобанов, А. И. **Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для академического бакалавриата** / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 255 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/C7FE0C81-16DA-445E-8656-3A19CFB1170A](http://www.biblio-online.ru/book/C7FE0C81-16DA-445E-8656-3A19CFB1170A).

4. Волков, Е.А. **Численные методы** [Электронный ресурс] : учебник / Е.А. Волков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/54>. — Загл. с экрана.

б) дополнительная литература:

5. Привалов, И. И. **Введение в теорию функций комплексного переменного** [Электронный ресурс] : учебник для вузов / И. И. Привалов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 402 с. — (Серия : Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-01450-1. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/BD124E80-E07F-4A32-A790-6A689990382F](http://www.biblio-online.ru/book/BD124E80-E07F-4A32-A790-6A689990382F)

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**6 Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ»** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.intuit.ru/> свободный (дата обращения: 25.03.2019).

**7 Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru>, свободный (дата обращения: 25.03.2019).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

**8 Российская национальная библиотека** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.nlr.ru/>, свободный (дата обращения: 25.03.2019).

**9 Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный (дата обращения: 25.03.2019).

**10 Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://e.lanbook.com>, свободный (дата обращения: 25.03.2019).

## **7 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Компьютерные классы кафедры № 8 с доступом в Интернет, переносной проектор.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office, Microsoft Visual Studio Community.

## **8 Образовательные и информационные технологии**

В рамках изучения дисциплины «Нелинейные модели» предполагается использовать следующие образовательные технологии: входной контроль, лекции, практические занятия, лабораторная работа, самостоятельная работа студента.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения студентами дидактических единиц. Он осуществляется по вопросам из курсов дисциплин, на которых базируется дисциплина «Нелинейные модели» (п.2).

Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины. В лекции делается акцент на реализацию главных идей и направлений в изучении дисциплины, дается установка на последующую самостоятельную работу.

По дисциплине «Нелинейные модели» планируется проведение как информационных, так и проблемных лекций. Информационные лекции направ-



Зачет позволяет определить уровень освоения обучающимся компетенций (п. 9.5) за один семестр (7 семестр) изучения данной дисциплины. Зачет предполагает устный ответ на 2 теоретических вопроса, а также решение практической задачи.

Экзамен позволяет оценить уровень освоения студентом компетенций за весь период изучения дисциплины. Экзамен предполагает устные ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи.

### **9.1. Балльно-рейтинговая система оценки текущего контроля успеваемости и знаний и промежуточной аттестации студентов**

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	При- мечание
	минимальное значение	максимальное значение		
<b>Контактная работа</b>				
Лекция 1 (Тема 1)	1	1,5	1	
Лекция 2 (Тема 1)	2	4	2	
Практическое занятие 1	2	4	2	
Лекция 3 (Тема 1)	1	1,5	3	
Лекция 4 (Тема 1)	2	4	4	
Практическое занятие 2	2	4	4	
Лекция 5 (Тема 1)	1	1,5	5	
Лекция 6 (Тема 1)	3	4	6	
Практическое занятие 3	3	4	6	
Лекция 7 (Тема 1)	1	1,5	7	
Лекция 8 (Тема 2)	3	4	8	
Практическое занятие 4	3	4	8	
Лекция 9 (Тема 2)	1	1,5	9	
Практическое занятие 5	3	4	10	
Лекция 10 (Тема 2)	3	4	10	
Лекция 11 (Тема 2)	1	1,5	11	
Практическое занятие 6	3	4,5	12	
Лекция 12 (Тема 2)	3	5	12	
Лекция 13 (Тема 2)	1	1,5	13	
Лекция 14 (Тема 2)	3	5	14	
Практическое занятие 7	3	5	14	
<b>Итого по обязательным видам</b>	<b>45</b>	<b>70</b>		

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	максимальное значение		
<b>занятий</b>				
<b>Зачет</b>	<b>15</b>	<b>30</b>		
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>60</b>	<b>100</b>		
<i>Премиальные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Участие в конференции по темам дисциплины		10		
Научная публикация по темам дисциплины		10		
Итого дополнительно премиальных баллов		<b>20</b>		
<b>Всего по дисциплине для рейтинга</b>		<b>120</b>		
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку</b>				
<b>Количество баллов по БРС</b>	<b>Оценка (по «академической» шкале)</b>			
60 и более	«зачтено»			
менее 60	«не зачтено»			

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	максимальное значение		
<b>Контактная работа</b>				
Лекция 1 (Тема 3)	1,5	2,5	1-8	
Практическое занятие 1	2	3	1-8	
Лекция 2 (Тема 3)	2	3	1-8	
Практическое занятие 2	2	3	1-8	
Лекция 3 (Тема 3)	1,5	3	1-8	
Практическое занятие 3	2	3	1-8	
Лекция 4 (Тема 3)	2	2,5	1-8	
Практическое занятие 4	2	3	1-8	
Лекция 5 (Тема 4)	1,5	3	1-8	

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	При- мечание
	мини- мальное значение	макси- мальное значение		
Практическое занятие 5	2	3	1-8	
Лекция 6 (Тема 4)	2	3	1-8	
Практическое занятие 6	2	3	1-8	
Лекция 7 (Тема 4)	1,5	3	1-8	
Практическое занятие 7	2	3	1-8	
Лекция 8 (Тема 4)	2	2,5	1-8	
Практическое занятие 8	2	3	1-8	
Лекция 9(Тема 5)	1,5	3	1-8	
Практическое занятие 9	2	3	1-8	
Лекция 10 (Тема 5)	2	2,5	1-8	
Практическое занятие 10	2	3	1-8	
Лекция 11(Тема 5)	1,5	3	1-8	
Практическое занятие 11	2	3	1-8	
Лекция 12(Тема 5)	2	3	1-8	
Практическое занятие 12	2	3	1-8	
<b>Итого по обязательным видам занятий</b>	<b>45</b>	<b>70</b>		
<b>Экзамен</b>	<b>15</b>	<b>30</b>		
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>60</b>	<b>100</b>		
<i>Премиальные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Участие в конференции по темам дисциплины		10		
Научная публикация по темам дисциплины		10		
Итого дополнительно премиальных баллов		20		
<b>Всего по дисциплине для рейтинга</b>		<b>120</b>		
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>				
Количество баллов по БРС	Оценка (по «академической» шкале)			
90 и более	5 – «отлично»			
75÷89	4 – «хорошо»			
60÷74	3 – «удовлетворительно»			
менее 60	2 – «неудовлетворительно»			

## **9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

### **7 семестр**

Посещение студентом лекционного занятия с ведением конспекта оценивается от 1 до 3 баллов. Ответы на вопросы, возникшие в ходе лекции и активное участие в их обсуждениях – от 0,5 до 2 баллов..

Посещение студентом практического занятия с ведением конспекта оценивается от 2 до 3 баллов. Выполнение и сдача индивидуального задания – от 1 до 2 баллов.

### **8 семестр**

Посещение студентом лекционного занятия с ведением конспекта оценивается от 1,5 до 2 баллов. Ответы на вопросы, возникшие в ходе лекции и активное участие в их обсуждениях – от 0,5 до 1,5 баллов..

Посещение студентом практического занятия с ведением конспекта оценивается в 2 балла. Выполнение и сдача индивидуального задания – до 1 балла.

## **9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине**

Написание курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

## **9.4 Контрольные вопросы для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам**

1. Арифметические операции с комплексными числами. Вычислить сумму, произведение и частное комплексных чисел.
2. Вычисление  $f(z) = z^n$ .
3. Вычисление корня  $n$ -й степени из комплексного числа.
4. Разложить функцию  $f(z) = \frac{z+2}{z^2 - 2z - 3}$  в ряд Лорана по степеням  $z$ .
5. Разложить функцию  $f(z) = z^3 \cdot e^{1/z}$  в окрестности точки  $z_0 = 0$ .
6. Найти общее решение уравнений
$$\frac{\partial^2 u(x; y)}{\partial x^2} = 0$$
7.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2 \frac{\partial u}{\partial x}$ .
- 8.
- 9.
10. Решить линейное неоднородное уравнение в частных производных первого порядка

11.  $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = x - y$ .
12. Решить краевую задачу  
 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad u|_{\partial D} = x^2 - y^2 + \frac{1}{4}y,$
- 13.
14. Где  $D$  - круг  
 $x^2 + y^2 \leq 4$ ,
- 15.
16.  $\partial D$  - его граница.
17. Вычислить двойной интеграл от функции  $f(x, y) = 1 + x + y$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = -x, x = y, y = 2$ .
18. Изменить порядок интегрирования в интеграле  $\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 f(x, y) dy$ .
19. Перейдя в полярную систему координат, вычислить двойной интеграл  $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ , где  $D$  круговое кольцо, заключенное между окружностями  $x^2 + y^2 = 1$  и  $x^2 + y^2 = 4$ .

### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Критерий	Этапы формирования	Показатель
<i>Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике (ОПК-1).</i>		
<b>Знать:</b> - основные приемы конформных отображений, способы постановки стационарной, предельной и нестационарной задачи, знать основные виды разложений, способы задания краевых условий.	1 этап формирования	- называет основные принципы конформных отображений, принцип симметрии, формулу разложения по координате, символы порядка, неравномерные разложения, метод растянутых параметров,
	2 этап формирования	-формулирует постановку стационарной, предельной и нестационарной задачи, способы задания краевых условий, плоскость комплексного потенциала, основные принципы разложения по малому параметру

Критерий	Этапы формирования	Показатель
		метру, асимптотические разложения, способы обхода неравномерностей, составные разложения, процедуры сращивания.
<b>Уметь:</b> - моделировать стационарные и нестационарные процессы, верифицировать полученные данные - выявить возможность и рациональность применения методов теории возмущений, применять разложения для нелинейных моделей.	1 этап формирования	- моделирует стационарные и нестационарные процессы методами конформных отображений, оценивать погрешность полученных данных, оценивать модель с помощью символов порядка, применять разложения по параметру при построении нелинейных моделей,
	2 этап формирования	- применяет метод годографа, ряды Лорана, методы построения приближенных моделей, численную фильтрацию данных для уменьшения погрешности, обнаруживать неравномерности и применять методы их устранения, задавать и решать составные разложения
<b>Владеть:</b> - аппаратом и методами теории функций комплексного переменного, численными методами и теории возмущений для грамотной математической постановки и анализа нелинейных задач, возникающих в профессиональной деятельности	1 этап формирования	- выбирает наиболее удобный метод теории функций комплексного переменного, численных методов и теории возмущений для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности;
	2 этап формирования	- применяет соответствующие методы к решению конкретных задач, возникающих в профессиональной деятельности

Критерий	Этапы формирования	Показатель
<i>Способен планировать и осуществлять вычислительные эксперименты, анализировать и интерпретировать полученные результаты (ПК-1).</i>		
<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методики выбора математического аппарата, формализации данных, алгоритмы построения нелинейной модели и способы верификации полученных данных.</li> </ul>	1 этап формирования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- перечисляет методики выбора математического аппарата, формализации данных;</li> </ul>
	2 этап формирования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- анализирует алгоритмы построения нелинейной модели и способы верификации полученных данных;</li> </ul>
<b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять методы теории функций комплексного переменного, численные методы и теории возмущений к описанию нелинейных процессов в прикладных задачах, проверить адекватность модели и провести анализ полученных данных, принять решение на основе полученных результатов</li> </ul>	1 этап формирования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует навыки применения численных методов к описанию нелинейных процессов в прикладных задачах;</li> </ul>
	2 этап формирования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- оценивает адекватность модели и проводит анализ полученных данных, принимает решение на основе полученных результатов;</li> </ul>
<b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью и готовностью применять математический аппарат теории функций комплексного переменного, численных методов и теории возмущений для решения поставленных прикладных задач.</li> </ul>	1 этап формирования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- перечисляет основные понятия, связанные с функциями комплексного переменного, необходимые для решения задач теории возмущений и численных методов</li> </ul>
	2 этап формирования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применяет оптимальные методы функций комплексного переменного для решения задач теории возмущений и численных методов</li> </ul>

Характеристики шкалы оценивания приведены ниже.

1. Максимальное количество баллов за экзамен (зачет) – 30. Минимальное (зачетное) количество баллов – 15 баллов (что соответствует «зачетно» в случае зачета и «удовлетворительно» в случае экзамена).

2. При наборе менее 15 баллов – экзамен (зачет) не сдан по причине недостаточного уровня знаний.
3. Оценка экзамена (отметка «зачтено») выставляется как сумма набранных баллов за ответы на вопросы билета и за решение задачи.
4. Ответы на вопросы билета оцениваются следующим образом:
- 1 балл: отсутствие продемонстрированных знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта (нет ответа на вопрос) или отказ от ответа;
  - 2 балла: нет удовлетворительного ответа на вопрос, демонстрация фрагментарных знаний в рамках образовательного стандарта, незнание лекционного материала;
  - 3 балла: нет удовлетворительного ответа на вопрос, много наводящих вопросов, отсутствие ответов по основным положениям вопроса, незнание лекционного материала;
  - 4 балла: ответ удовлетворительный, оценивается как минимально необходимые знания по вопросу, при этом студентом продемонстрировано хотя бы минимальное знание всех разделов вопроса в пределах лекционного материала. При этом студентом демонстрируется достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;
  - 5 баллов: ответ удовлетворительный, достаточные знания в объеме учебной программы, ориентированные на воспроизведение; использование научной (технической) терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
  - 6 баллов: ответ удовлетворительный, студент достаточно ориентируется в основных аспектах вопроса, демонстрирует полные и систематизированные знания в объеме учебной программы;
  - 7 баллов: ответ хороший (достаточное знание материала), но требовались наводящие вопросы, студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы;
  - 8 баллов: ответ хороший, ответом достаточно охвачены все разделы вопроса, единичные наводящие вопросы; студент демонстрирует способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы;
  - 9 баллов: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; студент демонстрирует способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы;
  - 10 баллов: ответ на вопрос полный, не было необходимости в дополнительных (наводящих) вопросах; студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы.
5. Решение задачи оценивается следующим образом:
- 10 баллов: задание выполнено на 91-100 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация.

претация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, уверенно и правильно отвечает на вопросы преподавателя;

– 9 баллов: задание выполнено на 86-90 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, правильно отвечает на вопросы преподавателя;

– 8 баллов: задание выполнено на 81-85 %, ход решения правильный, незначительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает верные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает некоторые затруднения в интерпретации полученных выводов;

– 7 баллов: задание выполнено на 74-80 %, ход решения правильный, значительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает правильные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает определенные затруднения в интерпретации полученных выводов;

– 6 баллов: задание выполнено 66-75 %, подход к решению правильный, есть ошибки, оформление с незначительными погрешностями, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;

– 5 баллов: задание выполнено на 60-65 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;

– 4 балла: задание выполнено на 55-59 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;

– 3 балла: задание выполнено на 41-54 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, неправильная интерпретация выводов, студент дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;

– 2 балла: задание выполнено на 20-40 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, выводы отсутствуют; не может прокомментировать ход решения задачи, дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;

1 балл: задание выполнено менее, чем на 20 %, решение содержит грубые ошибки, студент не может прокомментировать ход решения задачи, не способен сформулировать выводы по работе.

## 9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### Типовые задания для индивидуальных заданий (7 семестр)

#### Примеры заданий к индивидуальному заданию №1

- 1) Провести отображение верхнего полукруга единичной окружности при помощи функции Жуковского.
- 2) Провести отображение сектора кольца при помощи функции  $\ln z$ .
- 3) Отобразить треугольник на полуплоскость при помощи интеграла Шварца-Кристоффеля.

**Примеры заданий к индивидуальному заданию №2**

- 1) Построить плоскость годографа для стационарной электрохимической обработки плоским ЭИ с прямолинейным выступом.

**Примеры заданий к индивидуальному заданию №3**

- 1) Реализовать метод численной фильтрации для результатов численного интегрирования, полученных на разном количестве точек.
- 2) Реализовать восстановление границы области при помощи интеграла Шварца и частных производных.
- 3) Реализовать оценку погрешности интерполяционной модели по полной и разреженной базе.

**Типовые задания для индивидуальных заданий (8 семестр)**

**Примеры заданий к индивидуальному заданию №1**

- 1) Определить порядок выражений при  $\varepsilon \rightarrow 0$   
 $\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}, \quad 4\pi^2\varepsilon, \quad \ln\left[1 + \frac{\ln(1+2\varepsilon)}{\varepsilon(1-2\varepsilon)}\right]$
- 2) Определить порядок выражений при  $\varepsilon \rightarrow 0$   
 $1000\varepsilon^{1/2}, \quad \ln(1+\varepsilon), \quad \frac{\varepsilon^{3/2}}{1+\sin\varepsilon}$
- 3) Расположить калибровочные функции по возрастанию порядка  $\varepsilon^2, \varepsilon^{1/2}, \ln(\ln\varepsilon^{-1}), 1, \varepsilon^{1/2}\ln\varepsilon^{-1}, \varepsilon\ln\varepsilon^{-1}$ .
- 4) Расположить калибровочные функции по убыванию порядка  $\varepsilon^{-1/8}, \ln\varepsilon^{-1}, \varepsilon^{3/2}, \varepsilon, \varepsilon^2\ln\varepsilon^{-1}$ .

**Примеры заданий к индивидуальному заданию №2**

- 1) Разложить в 3-членное разложение  $x = 1 + \varepsilon x^2, \quad \varepsilon \ll 1$ . Сверить с точным решением при  $\varepsilon = 0,1$ .
- 2) Разложить в 3-членное разложение  $\sqrt{1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2 t - \frac{1}{8}\varepsilon^4 t^2}, \quad \varepsilon \ll 1$ .
- 3) Разложить в 3-членное разложение  $(1 + \varepsilon\omega_1 + \varepsilon^2\omega_2)^{-2}, \quad \varepsilon \ll 1$ .

**Примеры заданий к индивидуальному заданию №3**

- 1) Разложить в 3-членное разложение  $y' + y = \varepsilon y^2, \quad y(0) = 1, \quad \varepsilon \ll 1$ .

2) Разложить в 3-членное разложение  $(x-1)(x-\tau)+\varepsilon=0$ ,  $\varepsilon \ll 1$ .

*Перечень типовых вопросов к зачету для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (7 семестр)*

1. Экстраполяция при известном порядке аппроксимации
2. Оценка погрешности интерполяции многочленом большей степени. Изменение погрешности результатов с увеличением степени интерационного многочлена.
3. Математическая модель погрешности при численной фильтрации результатов.
4. Аналитическое и численное решение нестационарных задач. Квазистационарное приближение.
5. Свойства конформных отображений. Принцип симметрии.
6. Отображения функциями  $z^n$ ,  $\ln z$ ,  $e^z$ .
7. Дробно-линейное отображение. Его свойства.
8. Функция Жуковского. Верхний и нижний полукруг. Верхняя и нижняя полуплоскость.
9. Отображение с помощью интеграла Шварца-Кристоффеля.
10. Плоскость комплексного потенциала. Условия Коши-Римана. Форма области в виде вертикальной полосы на плоскости комплексного потенциала.
11. Постановка стационарной задачи. Косинусное приближение, условие стационарности.
12. Постановка предельно-стационарной задачи. Модель «цилиндрического конденсатора». Условие предельного формообразования.
13. Стационарная обработка криволинейным электродом инструментом. Физическая плоскость, годограф напряженности. Плоскость комплексного потенциала.
14. Стационарная обработка криволинейным электродом инструментом. Параметрические плоскости, конформные отображения.
15. Стационарная обработка криволинейным электродом инструментом. Ряды Лорана.
16. Стационарная электрохимическая обработка плоским ЭИ с прямолинейным выступом. Физическая плоскость, годограф напряженности. Плоскость комплексного потенциала.
17. Стационарная электрохимическая обработка плоским ЭИ с прямолинейным выступом. Параметрические плоскости, конформные отображения.

18. Стационарная электрохимическая обработка плоским ЭИ с прямолинейным выступом.
19. Предельная ЭХО плоским ЭИ с прямолинейным выступом
20. Моделирование процесса стационарной электрохимической обработки плоским ЭИ с полукруглым выступом.
21. Построение приближенной модели стационарного формообразования плоским ЭИ с выступом для разных радиусов кривизны.
22. Построение приближенной модели предельного формообразования плоским ЭИ с выступом для разных радиусов кривизны.
23. Методы оценки погрешности приближенных моделей формообразования.
24. Задача Хеле-Шоу. Допущения при построении модели нестационарного процесса ЭХО. Краевые условия.
25. Начальные условия плоской задачи нестационарного формообразования. Физическая постановка задачи. Зависимость выхода по току от плотности тока.
26. Закон Фарадея, описывающий процесс электрохимического растворения в дифференциальной форме. Переход к безразмерным величинам.
27. Математическая модель нестационарного формообразования. Функция  $z(\chi, \tau)$ .
28. Численно-аналитический метод решения нестационарной задачи. Плоскости  $\chi$  и  $\xi$ .
29. Метод решения нестационарной задачи. Функции  $z_a$  и  $z_c$ . Интеграл Шварца.
30. Шаг по времени по методу предиктор-корректор. Передача данных внутри трехуровневой структуры комплекса программ.
- Перечень типовых вопросов к экзамену для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (8 семестр)*
1. Возмущения по параметру. Основная формула разложения, применимость.
  2. Возмущения по параметру на примере уравнения  $u = 1 + \varepsilon u^3$ .
  3. Возмущения по параметру на примере уравнения  $\frac{d^2u}{dt^2} + u = \varepsilon(1 - u^2) \frac{du}{dt}$ .
  4. Возмущения по координате для уравнения Бесселя  $x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy = 0$ .

5. Возмущения по координате для уравнения  $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{x}$ .
6. Символ порядка О большое, калибровочные функции, примеры.
7. Символ порядка о малое, калибровочные функции, примеры.
8. Асимптотические ряды.
9. Асимптотические разложения и последовательности.
10. Сходящийся и асимптотический ряды на примере уравнения Бесселя

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy = 0.$$

11. Неравномерные разложения, источники неравномерности.
12. Бесконечные области на примере уравнения Дюффинга  $\ddot{u} + u + \varepsilon u^3 = 0, u(0) = a, \dot{u}(0) = 0$ .
13. Малый параметр при старшей производной. Пример уравнения второго порядка  $\varepsilon y'' + y' + y = 0, 0 \leq x \leq 1, y(0) = a, y(1) = b$ .
14. Метод растянутых координат. Метод Линдстедта. Метод Лайхилла.
15. Метод растянутых параметров. Метод Линдстедта-Пуанкаре.
16. Метод составных разложений, виды процедур сращивания, применимость.
17. Сращивание асимптотических разложений. Метод Прандтля. Внешнее и внутреннее решения. Пример уравнения второго порядка  $\varepsilon y'' + y' + y = 0, 0 \leq x \leq 1, y(0) = a, y(1) = b$ .
18. Усовершенствованная процедура сращивания, условие Ван Дайка. Пример уравнения второго порядка  $\varepsilon y'' + y' + y = 0, 0 \leq x \leq 1, y(0) = a, y(1) = b$ .
19. Усовершенствованная процедура сращивания. Соответствие краевых условий внешнему и внутреннему решениям для уравнения  $\varepsilon y'' + y' + y = 0, 0 \leq x \leq 1, y(0) = a, y(1) = b$ .
20. Усовершенствованная процедура сращивания. Соответствие краевых условий внешнему и внутреннему решениям для уравнения с переменными коэффициентами  $\varepsilon y'' + a(x)y' + b(x)y = 0, y(0) = \alpha, y(1) = \beta$ .

**Типовое практическое задание к зачету для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (7 семестр)**

Построить отображение области в форме полукольца с параметрической плоскости на полосу на плоскости комплексного потенциала.

**Типовое практическое задание к экзамену для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (8 семестр)**

Разложить в 3-членное разложение  $ey' + xy = -1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $\epsilon \ll 1$ .

## 10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к изучению дисциплины «Нелинейные модели», обучающиеся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий и списком рекомендованной литературы. Также ему следует уяснить, что уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях и практических занятиях. Также в этом процессе важное значение имеет самостоятельная работа, направленная на вовлечение обучающегося в самостоятельную познавательную деятельность.

Основными видами аудиторной работы студентов являются лекции, лабораторные работы и практические занятия. На первом занятии преподаватель осуществляет входной контроль по вопросам дисциплин, являющимися предшествующими для дисциплины «Нелинейные модели» (п. 2).

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия, а также соответствующие теоретические и практические проблемы, дает задания и рекомендации для практических занятий и лабораторных работ, а также указания по выполнению обучающимися самостоятельной работы.

Задачами лекций являются:

- ознакомление обучающихся с целями, задачами и структурой дисциплины «Нелинейные модели», ее местом в системе технических и математических наук, связями с другими дисциплинами;
- краткое, но по существу, изложение комплекса основных научных понятий, подходов, методов, принципов данной дисциплины;
- краткое изложение наиболее существенных положений, раскрытие особенно сложных, актуальных вопросов;
- определение перспективных направлений дальнейшего развития научного знания в области прикладной математики.

Темы лекций и рассматриваемые в ходе их вопросы приведены в п. 5.3.

Значимым фактором полноценной и плодотворной работы обучающегося на лекции является культура ведения конспекта. Принционально неверным, но получившим в наше время достаточно широкое распространение, является отношение к лекции как к «диктанту», который обучающийся может аккуратно и дословно записать. Слушая лекцию, необходимо научиться выделять и фиксировать ее ключевые моменты, записывая их более четко и выделяя каким-либо способом из общего текста.

Полезно применять какую-либо удобную систему сокращений и условных обозначений. Применение такой системы поможет значительно ускорить процесс записи лекций. Рекомендуется в конспекте лекций оставлять свободные места, или поля, например, для того, чтобы была возможность записи необходимой информации при работе над материалами лекций.

При ведении конспекта лекции необходимо четко фиксировать рубрикацию материала – разграничение разделов, тем, вопросов, параграфов и т. п. Обязательно следует делать специальные пометки, например, в случаях, когда какое-либо определение, положение, вывод остались неясными, сомнительными. Иногда обучающийся не успевает записать важную информацию в конспект. Тогда необходимо сделать соответствующие пометки в тексте, чтобы не забыть, восполнить эту информацию в дальнейшем.

Качественно сделанный конспект лекций поможет обучающемуся в процессе самостоятельной работы и при подготовке к сдаче зачета (зачёта с оценкой).

Практические занятия и лабораторные работы по дисциплине «Нелинейные модели» проводятся в соответствии с п. 5.4 и п. 5.5. Цели практических занятий: закрепить теоретические знания, полученные студентом на лекциях и в результате самостоятельного изучения соответствующих разделов рекомендуемой литературы; приобрести начальные практические умения и навыки.

Темы практических занятий (лабораторных работ) заранее сообщаются обучающимся для того, чтобы они имели возможность подготовиться и проработать соответствующие теоретические вопросы дисциплины. В начале каждого практического занятия преподаватель кратко доводит до обучающихся цели и задачи занятия, обращая их внимание на наиболее сложные вопросы по изучаемой теме.

По итогам лекций, лабораторных работ и практических занятий преподаватель выставляет в журнал полученные обучающимся баллы, согласно п. 9.1 и п. 9.2. Отсутствие студента на занятиях или его неактивное участие в них может быть компенсировано самостоятельным выполнением дополнительных заданий и представлением их на проверку преподавателю в установленные им сроки.

В современных условиях перед студентом стоит важная задача – научиться работать с массивами информации. Обучающимся необходимо развивать в себе способность и потребность использовать доступные информационные возможности и ресурсы для поиска нового знания и его распространения. Для достижения этой цели, в вузе организуется самостоятельная работа обучающихся. Кроме того, современное обучение предполагает, что существует времена в освоении учебной дисциплины обучающийся проводит самостоятельно.

Завершающим этапом самостоятельной работы является подготовка к сдаче зачёта (7 семестр) и зачёта с оценкой (8 семестр) по дисциплине, предполагающая интеграцию и систематизацию всех полученных при изучении учебной дисциплины знаний.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №8 Прикладной математики и информатики

« 9 » апрель 2019 года, протокол № 9.

Разработчики:

к.т.н., доцент

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)



Муксимова Р.Р.

Заведующий кафедрой № 8 Прикладной математики и информатики

к.т.н., доцент

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)



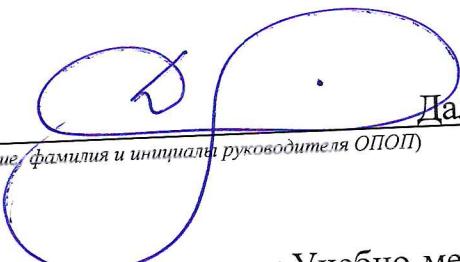
Далингер Я.М.

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

к.т.н., доцент

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)



Далингер Я.М.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета « 16 » апрель 2019 года, протокол № 6.