



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»**

УТВЕРЖДАЮ



Ректор

/ Ю.Ю. Михальчевский

06

2021 года

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

Специальность

**25.05.05 Эксплуатация воздушных судов и организация воздушного
движения**

Специализация

Организация воздушного движения

Квалификация выпускника
инженер

Форма обучения
очная

Санкт-Петербург
2021

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» является формирование у студентов следующего комплекса знаний и умений:

- систематические знания математической символики и математических методов для решения типовых профессиональных задач;
- систематические знания по основным разделам математики: линейной алгебре, векторной алгебре, аналитической геометрии в пространстве, дифференциальному и интегральному исчислению, теории дифференциальных уравнений, теории числовых и функциональных рядов, теории вероятностей;
- знание основных математических понятий и методов решения задач в рамках изучаемых разделов;
- формирование знаний, умений, навыков и компетенций для успешной профессиональной деятельности в области организации использования воздушного пространства.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основных математических понятий и методов, используемых для решения профессиональных задач;
- изучение свойств и взаимосвязей изучаемых математических объектов;
- изучение основных алгоритмов типовых аналитических и численных методов решения математических задач;
- формирование навыков расчета основных характеристик изучаемых математических объектов;
- формирование представлений о применении математического аппарата в прикладных задачах;
- формирование представлений о роли математики в науке и техническом прогрессе.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к решению задач профессиональной деятельности эксплуатационно-технологического типа.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Высшая математика» представляет собой дисциплину, относящуюся к Обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули).

является обеспечивающей для дисциплин: «Физика», «Авиационная метеорология», «Теория транспортных систем», «Аэродинамика и динамика полета», «Аэронавигация», «Инженерная графика», «Электротехника и электроника », «Механика».

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 и 4 семестрах.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины «Высшая математика» направлен на

формирование следующих компетенций:

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
ОПК-10	Способен использовать основные законы математических и естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, в том числе с использованием программных средств
<i>ИД¹_{ОПК10}</i>	Знает и понимает основные законы математики и естественных наук и важность их использования в профессиональной деятельности.
<i>ИД²_{ОПК10}</i>	Использует основные законы математики и естественных наук, в том числе для решения профессиональных задач, применяет программные средства.
ОПК-11	Способен использовать основные понятия, принципы, законы и закономерности общей и прикладной теории систем для решения задач профессиональной деятельности
<i>ИД¹_{ОПК11}</i>	Знает основные понятия, принципы, законы и закономерности общей и прикладной теории систем, понимает важность их использования в профессиональной деятельности.
<i>ИД²_{ОПК11}</i>	Использует понятия, принципы, законы и закономерности общей и прикладной теории систем для решения задач профессиональной деятельности.

Планируемые результаты изучения дисциплины:

- Знать:
 - основные понятия, методы и законы математического анализа, линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии;
 - основные понятия, методы и законы теории дифференциальных уравнений;
 - основные понятия, методы и законы теории числовых и функциональных рядов;
 - основные понятия, методы и законы теории вероятностей;
 - основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач и последовательность действий для решения этих задач;
 - методы решения функциональных и вычислительных задач и последовательность действий для решения этих задач;

- основные математические методы решения профессиональных задач и последовательность действий для решения этих задач.
- Уметь:
 - использовать математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов с целью формирования целостного представления об объектах;
 - оценивать и выбирать оптимальные способы решения профессиональных задач с использованием методов математического анализа, линейной и векторной алгебры;
 - решать типовые задачи по основным разделам курса, используя методы математического анализа;
 - применять математические методы и законы при решении типовых профессиональных задач;
 - приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии.
- Владеть:
 - навыками выбора оптимальных способов решения задач по основным разделам курса;
 - навыками анализа, доказательства теоретических положений, алгоритмов, программ и процедур путём их сопоставления с опытными (эталонными или эмпирическими) данными, алгоритмами и программами путем применения математического инструментария для решения поставленных задач.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)	468	108	144	72	144
Контактная работа:	198	56,5	56,5	28,5	56,5
лекции (Л)	78	28	18	14	18
практические занятия (ПЗ)	114	28	36	14	36
семинары (С)	–	–	–	–	–
лабораторные работы (ЛР)	–	–	–	–	–
Самостоятельная работа студента (СРС)	177	34	54	35	54
Промежуточная аттестация	99	18	36	9	36
контактная работа	6	0,5	2,5	0,5	2,5

самостоятельная работа по подготовке к (зачету, экзамену)	93	17,5	33,5	8,5	33,5
---	----	------	------	-----	------

5. Содержание дисциплины

5.1. Соотнесения тем дисциплины и формируемых компетенций

Темы дисциплины	Количество часов	КОМПЕТЕНЦИИ		Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК -10	ОПК-11		
Тема 1. Линейная алгебра	34	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР, РГР, ЗАЩ
Тема 2. Векторная алгебра	22	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР, РГР, ЗАЩ
Тема 3. Аналитическая геометрия	26	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР, РГР, ЗАЩ
Тема 4. Комплексные числа	8	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ
Итого за семестр 1	90				
Промежуточная аттестация	18				
Всего за семестр 1	108				
Тема 5. Введение в математический анализ	26	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	40	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР, РГР, ЗАЩ
Тема 7. Функции нескольких переменных	16	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР, РГР, ЗАЩ
Тема 8. Интегральное исчисление	26	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР
Итого за семестр 2	108				
Промежуточная аттестация	36				
Всего за семестр 2	144				
Тема 8. Интегральное исчисление	14	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР
Тема 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Операционное исчисление.	49	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, РГР, ЗАЩ
Итого за семестр 3	63				
Промежуточная аттестация	9				

Темы дисциплины	Количество часов	КОМПЕТЕНЦИИ		Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК -10	ОПК-11		
Всего за семестр 3	72				
Тема 10. Числовые и степенные ряды	38	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, РГР, ЗАЩ
Тема 11. Теория вероятностей	50	+	+	Л,ПЗ, СРС	ИДЗ, КР
Тема 12. Линейное программирование	20	+	+	СРС	ИДЗ
Итого за семестр 3	108				
Промежуточная аттестация	36				
Всего за семестр 3	144				
Всего по дисциплине	468				

Сокращения: Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ИДЗ – индивидуальное домашнее задание, КР – контрольная работа, РГР – расчётно-графическая работа, ЗАЩ – защита расчётно-графической работы.

5.2. Темы дисциплины и виды занятий

Наименование темы дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего часов
1 семестр					
Тема 1 Линейная алгебра	12	12	-	10	34
Тема 2. Векторная алгебра	6	6	-	10	22
Тема 3. Аналитическая геометрия	8	8	-	10	26
Тема 4. Комплексные числа	2	2	-	4	8
Итого за семестр	28	28		34	90
Промежуточная аттестация					18
Всего за семестр					108
2 семестр					
Тема 5. Введение в математический анализ	6	10	-	10	26
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	6	14	-	20	40
Тема 7. Функции нескольких переменных	2	4	-	10	16
Тема 8. Интегральное исчисление	4	8	-	14	26
Итого за семестр	18	36		54	108
Промежуточная аттестация					36
Всего за семестр					144
3 семестр					

Наименование темы дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего часов
Тема 8. Интегральное исчисление	2	4	-	8	14
Тема 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Операционное исчисление.	12	10	-	27	49
Итого за семестр	14	14	-	35	63
Промежуточная аттестация					9
Всего за семестр					72
4 семестр					
Тема 10. Числовые и степенные ряды	8	10	-	20	38
Тема 11. Теория вероятностей	10	26	-	14	50
Тема 12. Линейное программирование	-	-	-	20	20
Итого за семестр	18	36		54	108
Промежуточная аттестация					36
Всего за семестр					144
Всего по дисциплине					468

Сокращения: Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента.

5.3 Содержание дисциплины

Тема 1. Линейная алгебра

Матрицы. Действия над матрицами.

Определители 2-го и 3-го порядков. Основные свойства определителей.

Теорема разложения определителя. Вычисление определителей n -ого порядка.

Минор. Алгебраическое дополнение. Обратная матрица. Правило вычисления обратной матрицы.

Матричная форма записи и решения системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.

Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение системы n линейных алгебраических уравнений с m неизвестными методом Гаусса. Исследование систем линейных уравнений.

Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.

Тема 2. Векторная алгебра

Декартов базис. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами. Направляющие косинусы векторов.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Геометрические и физические приложения векторов.

Векторное пространство: размерность, базис. Переход к новому базису. Преобразование координат. Евклидово пространство.

Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения

линейного оператора.

Квадратичные формы.

Тема 3. Аналитическая геометрия

Декартова система координат. Полярная система координат.

Различные виды уравнения прямой на плоскости.

Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их геометрические свойства и канонические уравнения.

Уравнения плоскости и прямой линии в пространстве.

Взаимное расположение точек, плоскостей и прямых в пространстве.

Тема 4. Комплексные числа

Комплексные числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Формула Эйлера.

Тема 5. Введение в математический анализ

Множества. Абсолютная величина вещественного числа.

Функция одной переменной. Классификация функций.

Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы.

Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Неопределенные выражения (неопределенности).

Первый и второй замечательные пределы.

Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.

Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции, их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Тема 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная функции, её геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций.

Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование неявной функции. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование функции, заданной параметрически.

Дифференциал функции и его геометрический смысл. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя.

Исследование функции методами дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Экстремумы функции (определения, необходимое и достаточное условия). Выпуклость функции. Точки перегиба (определение, необходимое и достаточное условия). Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построение её графика.

Тема 7. Функции нескольких переменных

Функции нескольких переменных. Дифференцирование функции двух переменных.

Частные производные первого и высших порядков. Полный дифференциал. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.

Производная сложной функции. Полная производная. Производная неявной функции двух переменных.

Производная по направлению. Градиент функции. Связь производной по направлению с градиентом.

Дифференцирование неявных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Понятие экстремума функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Условный экстремум.

Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области (глобальные экстремумы).

Тема 8. Интегральное исчисление

Первообразная. Неопределенный интеграл. Замена переменной. Интегрирование по частям.

Разложение дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям. Геометрические приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Численные методы. Приближенное вычисление определенных интегралов.

Тема 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Операционное исчисление.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Основные типы и методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида.

Операционное исчисление. Преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Решение дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления.

Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 10. Числовые и степенные ряды

Основные понятия теории числовых рядов. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Геометрический и гармонический ряды.

Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения, алгебраические признаки Даламбера и Коши, интегральный признак Коши.

Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда с произвольными членами.

Основные понятия теории функциональных рядов. Точки сходимости и область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса.

Методы определения области сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Примеры разложения элементарных функций в степенные ряды.

Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.

Тригонометрические ряды Фурье для функций с периодом 2π . Теорема Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций с периодом 2π .

Тема 11. Теория вероятностей

Элементы комбинаторики. Перестановки, сочетания, размещения. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Аксиомы теории вероятностей. Классическая формула вероятности.

Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса.

Последовательности независимых испытаний с двумя исходами. Формула Бернулли. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

Случайные величины. Основные понятия. Ряд и функция распределения дискретной случайной величины.

Функция и плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин. Начальные и центральные моменты.

Основные законы распределения. Биноминальный закон. Закон Пуассона. Геометрическое распределение.

Законы распределения непрерывной случайной величины: экспоненциальный; равномерной плотности.

Нормальный закон распределения (закон Гаусса) и его числовые характеристики. Функция Лапласа. Правило "трех сигм".

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема и ее значение для практики.

Понятие о двумерном нормальном распределении. Закон распределения вероятностей двумерной случайной величины. Двумерная плотность вероятности.

Числовые характеристики системы двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.

Линии регрессии. Нормальный закон распределения на плоскости.

Тема 12. Линейное программирование

Каноническая задача линейного программирования. Двойственные задачи линейного программирования. Геометрическое решение задачи линейного программирования. Векторно-матричная форма задачи линейного программирования. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

Транспортная задача, её решение.

5.4 Практические занятия

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (часы)
1 семестр		
1	Матрицы и определители.	8
1	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).	4
2	Векторы.	6
3	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.	8
4	Комплексные числа.	2
Итого за семестр 1		28
2 семестр		
5	Пределы.	8
5	Непрерывность функции одной переменной.	2
6	Производная функции одной переменной.	10
6	Исследование функции и построение её графика	4
7	Функция двух переменных.	4
8	Неопределенные интегралы.	8
Итого за семестр 2		36
3 семестр		
8	Определенные интегралы.	4
9	Дифференциальные уравнения.	10
Итого за семестр 3		14
4 семестр		
10	Числовые и степенные ряды.	10
11	Вероятность случайных событий.	10
11	Случайные величины.	16
Итого за семестр 4		36
Итого по дисциплине		114

5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудо-емкость (часы)
1 семестр		
1	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 1, 2. Выполнение РГР №1. Подготовка к защите РГР № 1. Подготовка к контрольной работе №1.	10
2	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 3-7. Выполнение РГР № 2. Подготовка к защите РГР № 2. Подготовка к контрольной работе №1.	10
3	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 8,9. Выполнение РГР № 2. Подготовка к защите РГР № 2. Подготовка к контрольной работе №1.	10
4	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №10.	4
Итого за семестр 1		34
2 семестр		
5	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 11, 12. Подготовка к контрольной работе №3.	10
6	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 13-17 Выполнение РГР №3. Подготовка к защите РГР № 3.	20
7	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №18. Выполнение РГР №4. Подготовка к защите РГР № 4	10

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудо-емкость (часы)
8	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ № 19. Подготовка к контрольной работе №4.	14
Итого за семестр 2		54
3 семестр		
8	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ № 20	8
9	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 21-23. Подготовка к контрольной работе №5. Выполнение РГР №5. Подготовка к защите РГР № 5	27
Итого за семестр 3		35
4 семестр		
10	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1, 2, 3, 6-8, 12, 13] Выполнение ИДЗ №№ 24-27. Подготовка к контрольной работе №6.	20
11	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [4, 5, 11-13] Выполнение ИДЗ №№ 28-35. Подготовка к контрольной работе №7, 8.	14
12	Изучение теоретического материала. [3, 10, 12, 13] Выполнение ИДЗ 36.	20
Итого за семестр 4		54
Итого по дисциплине		177

5.7 Курсовые проекты

Курсовые проекты учебным планом не предусмотрены.

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1 Письменный, Д.Т. **Конспект лекций по высшей математике: полный**

курс [Текст] / Д.Т. Письменный. – 11-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2013. – 608 с. – ISBN 978-5-8112-4867-7 — Количество экземпляров – 128.

2 Данко, П.Е.. **Высшая математика в упражнениях и задачах** В 2-х ч. Ч. 1 [Текст]: Учебное пособие для вузов / П.Е. Данко и др. – М.: Оникс, 2012. – 368 с. – ISBN 978-5-488-02448-9 — Количество экземпляров – 32.

3 Данко, П.Е. **Высшая математика в упражнениях и задачах** В 2-х ч. Ч. 2 [Текст]: Учебное пособие для вузов / П.Е. Данко и др. – М.: Оникс, 2012. – 448 с. — Количество экземпляров – 14.

4 Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. Высшее образование [Текст] / Д. Т. Письменный. - 5-е изд. - М. : Айрис Пресс, 2010. - 288с. – ISBN 978-5-8112-3998-6 — Количество экземпляров – 52.

5 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для вузов [Текст] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 404с. – 978-5-9916-6109-6 — Количество экземпляров – 36.

б) дополнительная литература:

6 Бухенский, К. В. Опорные конспекты по высшей математике: учебное пособие / К. В. Бухенский. — Рязань : РГРТУ, 2010 — Часть 1 — 2010. — 168 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168212> (дата обращения: 20.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

7 Опорные конспекты по высшей математике: учебное пособие / К. В. Бухенский, Н. В. Елкина, Н. Н. Маслова, К. А. Ципоркова. — Рязань : РГРТУ, 2010 — Часть 2 — 2010. — 240 с. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168186> (дата обращения: 20.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

8 Бухенский, К. В. Опорные конспекты по высшей математике: учебное пособие / К. В. Бухенский, Н. В. Елкина, Г. С. Лукьянова. — Рязань: РГРТУ, 2011 — Часть 3 — 2011. — 220 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168185> (дата обращения: 20.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

9 Теория вероятностей: методы и способы решения задач: учебное пособие / А. В. Кузнецова, Е. Н. Грибанов, Е. А. Николаева, Е. В. Гутова. — Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2020. — 114 с. — ISBN 978-5-00137-166-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/145143> (дата обращения: 20.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

10 Литвиненкова З.Н., Осюк Е.А. Экономико-математические методы в менеджменте: Учебное пособие [Текст] / Университет ГА. С-Петербург, 2016. -

114с. – Количество экземпляров – 500.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

11 **Библиотека СПбГУ ГА** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://spbguga.ru/objects/e-library/>, свободный (дата обращения 20.01.2021).

12 **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный (дата обращения: 20.01.2021).

13 **Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»**. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru> — свободный (дата обращения: 20.01.2021).

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория с проектором (ауд. 411)

Электронная библиотека кафедры № 4.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

8 Образовательные и информационные технологии

В рамках изучения дисциплины «Высшая математика» используются следующие образовательные технологии: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Лекция – основная форма систематического, последовательного устного изложения учебного материала. Традиционная лекция составляет основу теоретического обучения в рамках дисциплины и направлена на систематизированное изложение фундаментальных основ научных знаний. На лекции концентрируется внимание обучающихся на наиболее важных вопросах изучаемой темы, стимулируется их активная познавательная деятельность.

Практические занятия по дисциплине проводятся в соответствии с учебно-тематическим планом. Цель практических занятий – закрепить теоретические знания, полученные обучающимися на лекциях и в результате самостоятельного изучения соответствующих разделов рекомендуемой литературы, а также приобрести практические навыки решения задач. Практические занятия предназначены для более глубокого освоения и анализа тем, изучаемых в рамках данной дисциплины, а также выработки необходимых умений и навыков. Во время практического занятия проводятся контрольные работы, защиты расчётно-графических работ. Практические занятия предполагают индивидуальную работу каждого обучающегося, направленную на формирование у него компетенций, определенных в рамках дисциплины

«Высшая математика».

Практические занятия по дисциплине «Высшая математика» являются составляющими практической подготовки обучающихся, так как предусматривают их участие в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Самостоятельная работа студента является составной частью учебной работы. Ее основной целью является формирование навыка самостоятельного приобретения знаний по некоторым вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, отработка навыков использования математических методов для решения прикладных и практических задач, самостоятельная работа со справочниками, научно-популярной литературой, в том числе находящимися в глобальных компьютерных сетях. Самостоятельная работа включает выполнение индивидуальных домашних заданий и расчётно-графических работ. В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Оценочные средства включают: индивидуальные домашние задания, контрольные работы, расчётно-графические работы, защиты расчётно-графических работ.

Индивидуальные домашние задания являются частью самостоятельной работы обучающегося, позволяют закрепить умения пользоваться изученными методами для решения задач, включают расчётные задачи по темам дисциплины.

Контрольная работа проводится на практических занятиях с целью комплексной оценки владения изученными методами решения задач соответствующего раздела.

Расчётно-графические работы являются комплексом заданий, объединённых единой темой, для которых требуется комбинированное использование различных изученных методов, выявление причинно-следственных связей, умение формулировать вывод на основе проведенного анализа.

Защита расчётно-графических работ проводится с целью контроля усвоения теоретических основ методов, применяемых при выполнении расчётно-графических работ, включает теоретические опросы по темам дисциплины.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины во всех семестрах проводится в виде дифференцированного зачета (1, 3 семестры) и экзамена (2, 4 семестры). К моменту сдачи дифференцированного зачета и экзамена должны быть успешно пройдены все этапы текущего контроля успеваемости.

Дифференцированный зачет позволяет оценить уровень освоения компетенций за соответствующий период изучения дисциплины. Билет включает теоретический вопрос и две расчетные задачи.

Экзамены позволяют оценить уровень освоения компетенций за весь период изучения дисциплины. Экзаменационный билет включает теоретический вопрос и две расчетные задачи.

9.1 Балльно-рейтинговая оценка текущего контроля успеваемости и знаний студентов по дисциплине

Не предусмотрена.

9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

ИДЗ: ИДЗ является частью самостоятельной работы студента. Задание выдается после изучения соответствующей темы с указанием срока сдачи выполненной работы. Каждое задание является индивидуальным и состоит из одной или нескольких расчетных задач.

КР: Контрольная работа проводится во время занятия. Время для выполнения – учебная пара без перерыва.

РГР: РГР является частью самостоятельной работы студента. Верно выполненная РГР является обязательным условием для получения допуска к экзамену по дисциплине. Задание выдается после изучения соответствующей темы с указанием срока сдачи выполненной работы. Если в выполненной РГР были допущены ошибки, то их требуется исправить в течение 14 дней со дня срока сдачи РГР. Если к дате экзамена хотя бы одна из РГР семестра не зачтена, то студент на экзамене получает оценку 2 «не удовлетворительно».

ЗАЩ: Для РГР проводится защита в виде письменного теоретического опроса. Каждый билет содержит вопросы из общего перечня вопросов к защите. Во время защиты не допускается использование конспектов, учебников и любых электронных устройств.

Дифференцированный зачет и экзамен: Дифференцированный зачет или экзамен проводится во время экзаменационной сессии согласно расписанию. В перечень вопросов включены основные определения, уравнения, формулировки теорем, формулы, задачи. На подготовку ответов отводится не менее 60 минут. Во время экзамена не допускается использование конспектов, учебников и любых электронных устройств.

9.3 Темы курсовых проектов по дисциплине

Курсовые проекты учебным планом не предусмотрены.

9.4 Контрольные вопросы для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

Входной контроль остаточных знаний не предусмотрен.

9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенции	Показатель и оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
I этап		
ОПК-10	$ID_{ОПК10}^1$	Знает: основную математическую символику, используемую для целостного представления математического объекта; основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач и определяет последовательность действий для решения этих задач; методы решения функциональных и вычислительных задач и последовательность действий для решения этих задач; основные математические методы решения профессиональных задач и последовательность действий для решения этих задач.
ОПК-11	$ID_{ОПК11}^1$	Умеет: употреблять математическую символику, использовать её для целостного представления математического объекта; определять последовательность действий для решения типовых задач по основным разделам курса; применять математические методы и законы при решении типовых профессиональных задач.
II этап		

Компетенции	Показатель и оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
ОПК-10	$ИД_{ОПК10}^2$	Умеет: решать типовые задачи по основным разделам курса, используя методы математического анализа. Владеет: навыками выбора оптимальных способов решения задач по основным разделам курса;
ОПК-11	$ИД_{ОПК11}^2$	навыками анализа, доказательства теоретических положений, алгоритмов, программ и процедур путём их сопоставления с опытными (эталонными или эмпирическими) данными, алгоритмами и программами путем применения математического инструментария для решения профессиональных задач.

Шкала оценивания при проведении промежуточной аттестации

«Отлично» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания по рассматриваемой компетенции и умение уверенно применять их на практике при решении задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. Отвечая на вопрос, может быстро и безошибочно проиллюстрировать ответ собственными примерами. Обучающийся самостоятельно отвечает на теоретический вопрос и правильно решает задачу, дает обоснованную оценку итогам решения.

«Хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задачи некоторые неточности, хорошо владеет всем содержанием, видит взаимосвязи, но не всегда делает это самостоятельно без помощи преподавателя. Обучающийся решает задачу верно, но при помощи преподавателя.

«Удовлетворительно» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в рамках заданной компетенции, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации. Отвечает только на конкретный вопрос, соединяет знания из разных разделов курса только при наводящих вопросах преподавателя. Ситуационная задача решена не полностью, или содержатся незначительные

ошибки в расчетах.

«Неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины в рамках компетенций, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач. Не раскрыты глубина и полнота при ответах. Задача не решена даже при помощи преподавателя.

9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам обучения по дисциплине

9.6.1 Примерные контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

1 семестр

ИДЗ №1. Матрицы:

1.

Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти $A + B$, $A - B$, $-3A + 5B$

2.

Выполнить действия над матрицами A и B : $C = (2A - B)(A + 3B)$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

ИДЗ №2. Определители.

1.

Вычислить с помощью разложения по какой-нибудь строке или столбцу (выбрать самостоятельно):

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

2.

Решить уравнения:

$$\begin{vmatrix} -7 & 3 \\ x & 4 \end{vmatrix} = -1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0,$$

ИДЗ №3. Векторы.

Даны три последовательные вершины параллелограмма

$$A(1, 1, 4), \quad B(2, 3, -1), \quad C(-2, 2, 0)$$

• Прямоугольник

Найти четвертую вершину D .

Найти длину диагоналей параллелограмма $ABCD$, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$.

Найти длину медианы AM треугольника ABC , построенного на векторах $\overline{AB} = 3\bar{i} - 4\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\overline{AC} = \bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}$.

Даны $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = 4\bar{i} + 8\bar{j} + 3\bar{k}$. Найти направляющие косинусы вектора

$$\bar{c} = \bar{a} - \frac{1}{5}\bar{b}$$

На оси Oz найти точку, равноудаленную от точек $A(2, 4, 1)$ и $B(-3, 2, 5)$.

ИДЗ №4. Векторы.

Найти вектор, перпендикулярный плоскости треугольника ABC с вершинами:

$$A(2, 1, 4), \quad B(3, 0, 2), \quad C(1, 5, 6)$$

Найти его длину.

Найти смешанное произведение $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ векторов

$$\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}, \quad \bar{b} = \bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}, \quad \bar{c} = 6\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$$

Найти объем треугольной пирамиды с вершинами

$$A(2, 2, 2), \quad B(4, 3, 3), \quad C(4, 5, 4), \quad D(5, 5, 6)$$

Проверить, являются ли компланарными вектора

$$\bar{a} = 7\bar{i} - 3\bar{j} + \bar{k}, \quad \bar{b} = 3\bar{i} - 7\bar{j} + 8\bar{k}, \quad \bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$$

ИДЗ №5. Преобразование координат.

Найти координаты вектора $\bar{a} = -\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ в базисе

$$\bar{h}_1 = \bar{i} + \bar{j}, \quad \bar{h}_2 = \bar{j} + \bar{k}, \quad \bar{h}_3 = \bar{i} + \bar{k}$$

Найти координаты вектора $\bar{x} = i\bar{e}_1 - 2i\bar{e}_2$ в базисе \bar{e}'_1, \bar{e}'_2 , если

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - i\bar{e}_2, \quad \bar{e}'_2 = (1 - i)\bar{e}_1 + (1 + i)\bar{e}_2$$

Новый базис получен изменением на противоположные всех трех базисных ортов. Написать столбец координат вектора $\bar{x} = \bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ в новом базисе. Найти матрицу перехода.

В пространстве \mathbb{R}^3 заданы векторы

$$\bar{h}_1 = \bar{i} + \bar{j}, \quad \bar{h}_2 = \bar{i} - \bar{j}, \quad \bar{h}_3 = -\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$$

Найти матрицу перехода и координаты вектора $\bar{x} = \bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k}$ в новом базисе

ИДЗ №6. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора \mathcal{A} , заданного матрицей

• Прямоугольник

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ИДЗ №7. Квадратичные формы.

Пользуясь критерием Сильвестра, доказать, что квадратичная форма

$$L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 6x_2x_3 + 11x_3^2$$

является положительно определенной.

Привести к каноническому виду квадратичную форму

$$L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_3^2$$

Найти матрицу квадратичной формы

$$L(x_1, x_2, x_3) = -3x_1^2 - 2x_2^2 - 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3$$

Методом выделения полных квадратов привести квадратичную форму $L(x_1, x_2, x_3)$ к сумме квадратов и определить тип формы.

ИДЗ №8. Прямая на плоскости.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(5, -4)$ перпендикулярно прямой $3x + 2y - 7 = 0$.

Определить площадь треугольника, образованного прямой $4x + 3y - 36 = 0$ с осями координат.

Определить расстояние от точки $M(1, 2)$ до прямой $20x - 21y - 58 = 0$.

Определить расстояние между параллельными прямыми

$$3x + y - 3\sqrt{10} = 0, \quad 6x + 2y + 5\sqrt{10} = 0$$

Даны вершины треугольника

$$A(0, 1), \quad B(6, 5), \quad C(12, -1)$$

Составить уравнение высоты, проведенной из вершины C .

ИДЗ №9. Кривые второго порядка.

Составить уравнение эллипса, зная, что:

- а) полуоси его соответственно равны 4, 2;
- б) расстояние между фокусами равно 6 и большая полуось равна 5;
- в) большая полуось равна 10 и эксцентриситет $\varepsilon = 0,8$;
- г) малая полуось равна 3 и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- д) сумма полуосей равна 8 и расстояние между фокусами тоже равно 8.

Дано уравнение эллипса $25x^2 + 169y^2 = 4225$. Вычислить длину осей, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса.

Составить уравнение гиперболы, зная фокусы $F_1(10, 0)$, $F_2(-10, 0)$ и одну из точек гиперболы $M(12, 3\sqrt{5})$.

Составить уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ при условии, что эксцентриситет ее $\varepsilon = 1,25$;

ИДЗ №10. Комплексные числа.

Даны комплексные числа:

$$z_1 = 2,5, \quad z_2 = -2,2, \quad z_3 = 5i, \quad z_4 = -2,8i, \quad z_5 = 1 + \sqrt{3}i,$$

$$z_6 = -4\sqrt{3} + 4i, \quad z_7 = -4 - 3i, \quad z_8 = 5 - 5i$$

Изобразить числа на комплексной плоскости, найти модуль и аргумент, записать в тригонометрической и показательной форме.

Даны комплексные числа:

$$z_1 = 3 - 2i, \quad z_2 = 1 + \frac{1}{2i} \quad (z_2 = 1 + \frac{1}{2}i)$$

Вычислить $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $z_2 \cdot \bar{z}_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $(z_1 + z_2)^2$, $(z_1 - z_2)^3$

Даны числа $z_1 = \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5}$, $z_2 = 2\sqrt[8]{\cos \frac{7\pi}{16} + i \sin \frac{7\pi}{16}}$

Вычислить $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^2

Решить уравнение $z^2 - 2z + 2 = 0$

Решить уравнение $z^4 + 1 + \sqrt{3}i = 0$

Изобразить область, заданную неравенствами: $|z + i| \leq 1$, $|z| < 2$.

2 семестр

ИДЗ №11. Пределы. Замечательные пределы.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(8x^9 + 1)^{\frac{1}{3}} + 3x^2}{(x^{12} + x)^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{1}{4}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{((x-1)(x-2)x)^{\frac{1}{3}} + 11}{3x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{x^2+2x} - 8}{(1+4(x-1))^{\frac{1}{3}} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{1-\cos x}$$

ИДЗ №12. Непрерывность функций.

Исследовать на непрерывность функцию (найти точки разрыва, если они есть, классифицировать их). Сделать схематический чертеж графика функции.

1.

$$y = f(x) = \begin{cases} x + 4, & x \leq -1 \\ x^2 + 2, & -1 < x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$$

2. $y = 10^{\frac{1}{x}}$ в точках $x_1 = 0$, $x_2 = 2$

3. $y = \frac{x+1}{x^3+6x^2+11x+6}$

4. $y = \arctg \frac{1}{x}$

5. $y = \frac{1}{e^{x-1}}$

ИДЗ №13. Производные функций одной переменной.

1. $y = 2x^6 + \frac{1}{3}x^4 - x^2 + 3$

2. $y = \arctg x - 2 \arcsin x$

3. $y = \frac{\cos x}{2x-3}$

ИДЗ №14. Дифференцирование сложной функции одной переменной.

Найти производные сложных функций

1. $y = 2^{\cos x^2}$

2. $y = e^x \cdot \ln \sin x$

3. $y = \cos^3(5x + x^2) + \operatorname{arctg} \frac{x^2}{\ln 5x}$

ИДЗ №15. Логарифмическая производная.

$$y = x^{\sin x}$$

$$y = (1 - x^2)^{\arccos x}$$

$$y = \frac{(x + 2)^{15}}{(x + 1)^{13}(1 - x)^{105}}$$

ИДЗ №16. Правило Лопиталья.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 5x}{\ln \sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{\frac{x}{2}}}{x + e^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$$

ИДЗ №16. Приближенное вычисление значения функции одной переменной.

Вычислить приближенное значение функции:

1. $(0,99)^4$

2. $\sqrt{\frac{x+3}{x}}$ при $x_0 = 1,04$

ИДЗ №17. Производные высших порядков.

1. Найти производную первого порядка y'_x :

а)
$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{2t} \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \operatorname{tg} \frac{1}{t} \end{cases} \quad \text{или} \quad x^3 + y^3 + \sin \frac{y}{x} = 0$$

2. Найти производную второго порядка y''_{xx} :

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln(1 + t^2) \end{cases}$$

3. Найти производную второго порядка:

$$y = \frac{1}{3}x^2\sqrt{1-x^2} + \frac{2}{3}\sqrt{1-x^2} + x \arcsin x$$

4. Найти производную третьего порядка:

$$y = x^3 2^x$$

ИДЗ №18. Частные производные функции двух переменных.

Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$:

1. $z = x^2 - 3xy - 4y^2 - x + 2y + 1$

2. $z = 5x^2 - 9xy + 2y^2 - 4x + 8y + 7$

Найти dz :

$$z = \sin(x + \cos y)$$

Найти $d^2 z$:

$$z = \ln xy$$

$$z = e^x \cos y$$

ИДЗ №19. Интегралы:

Вариант	Найти интегралы
1	$1. \int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ $2. \int \sin 3x \cos 2x dx$ $3. \int (x+1)\sqrt{x-2} dx$

3 семестр

ИДЗ №20. Определенный интеграл.

$$1. \int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 7}}; \quad 2. \int \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx; \quad 3. \int_0^1 \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx; \quad 4. \int \frac{3x-2}{9x^2-6x+2} dx;$$
$$5. \int (1-2x) \sin 5x dx; \quad 6. \int \frac{dx}{x^2(x^2-3x+2)}; \quad 7. \int \sin^3 x dx.$$

ИДЗ №21. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0.$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x,$$

$$\text{удовлетворяющее начальному условию } y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

ИДЗ №22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - y' = 0.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' + 8y' + 16y = 0.$$

3. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y'' - 8y' + 17y = 0,$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$y(0) = 1,$$

$$y'(0) = 7.$$

ИДЗ №23 Операционное исчисление.

Найти частное решение уравнения

$$x'' - 4x' + 4x = 1,$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$x(0) = 1, \quad x'(0) = 0,$$

1) методом неопределенных коэффициентов;

2) с помощью операционного исчисления.

4 семестр

ИДЗ №24. Знакоположительные ряды.

1. Записать 5 первых членов ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$	2. Записать как ряд с общим членом $\frac{1}{1} + \frac{3}{2} + \frac{9}{5} + \frac{27}{10} + \frac{81}{17} + \dots$	
Исследовать сходимость рядов		
3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n - 3n^2}{5n^2 + 1}$	4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3n - 1}$	5. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{4n - 6}{3n + 2} \right)^n$

ИДЗ №25. Знакопеременные ряды.

1. Определить тип сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n-1}{4n^3}.$$

2. Определить тип сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{n^3}.$$

ИДЗ №26. Степенные ряды.

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} 4^n x^n.$$

2. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2n+1}.$$

ИДЗ №27. Ряды Фурье.

Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ периода 2π , заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$ формулой

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{при } -\pi < x < 0 \\ 1 & \text{при } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

ИДЗ №28. Операции над событиями.

1. $A = \{1, 2, 3, 7, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$, $C = \{2, 3, 5, 6, 8\}$.
Найти $(C \cap A) \cup B$.

ИДЗ №29. Комбинаторика. Классическая вероятность.

1. В ящике 6 белых и 5 черных шаров. Вынули 4 шара. Какова вероятность, что все вынутые шары белые?
2. В ящике 6 белых и 5 черных шаров. Вынули 4 шара. Какова вероятность, что среди вынутых ровно один шар белый?

ИДЗ №30. Сложение и умножение вероятностей.

Вероятность того, что в течение одной смены возникнет неполадка станка, равна 0,05.

- (a) Найти вероятность того, что в каждой из трех смен произойдет неполадка.
- (b) Найти вероятность того, что не произойдет ни одной неполадки за три смены.

ИДЗ №31. Полная вероятность.

Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 30% из первого и 70% из второго. При этом материал первого имеет 5% брака, а второго — 20%.

- 1) Какова вероятность, что взятая наугад болванка не имеет дефект.
- 2) Какова вероятность, что взятая наугад болванка поступила из первого цеха, если она не имеет дефект.

ИДЗ №32. Формула Бернулли.

Батарея произвела 14 выстрелов по объекту. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,2. Найти

1. наивероятнейшее число попаданий;
2. вероятность наивероятнейшего числа попаданий.

ИДЗ №33. Дискретные случайные величины.

Дискретная СВ X имеет ряд распределения

X	2	4	8
P	0,1	p_2	p_3

Найти p_2, p_3 , если $MX = 5$.

ИДЗ №34. Непрерывные случайные величины.

1. Дана функция распределения случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{x^2}{4}, & x \in [0, 2]; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти: функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X ; математическое ожидание; дисперсию; медиану; $P(1 < X < 5)$.

2. Дана плотность распределения случайной величины X

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{3}, & x \in [0, \pi/2]; \\ \frac{4}{3\pi}, & x \in (\pi/2, \pi]; \\ 0, & x \notin [0, \pi]. \end{cases}$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

ИДЗ №35. Законы распределения случайных величин.

1.

СВ X имеет равномерное распределение с математическим ожиданием $MX = 3$ и дисперсией $DX = \frac{4}{3}$. Найти функцию плотности вероятности СВ X .

2.

Найти дисперсию ДСВ X — числа появления события A в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что $MX = 1,2$.

ИДЗ №36. Линейное программирование. Транспортная задача.

Транспортная задача для авиапредприятия

В городах A_1 , A_2 и A_3 хранится на складах $a_1 = 100$, $a_2 = 200$ и $a_3 = 60 + 10n$ единиц одного и того же груза. Этот груз требуется доставить самолетами некоторой авиакомпании по грузовым перевозкам в города B_1 , B_2 и B_3 трем потребителям, заказы которых составляют $b_1 = 190$, $b_2 = 120$ и $b_3 = 10m$ единиц груза соответственно. Стоимость перевозок c_{ij} единицы груза с i -го склада j -му потребителю указаны в правых верхних углах соответствующих клеток транспортной таблицы:

		потребности		
		B_1	B_2	B_3
запасы		$b_1 = 190$	$b_2 = 120$	$b_3 = 10m$
A_1	$a_1 = 100$	4	2	m
A_2	$a_2 = 200$	n	5	3
A_3	$a_3 = 60 + 10n$	1	$m + 1$	6

ЗАДАНИЕ:

а) Сравнить суммарный запас $a = \sum_{i=1}^3 a_i$ и суммарную потребность $b = \sum_{j=1}^3 b_j$

в грузе, установить, является ли модель транспортной задачи, заданная этой таблицей, открытой или закрытой. Если модель является открытой, то ее необходимо закрыть, добавив фиктивный склад A'_4 с запасом $a'_4 = b - a$ в случае $a < b$ или фиктивного потребителя B'_4 с потребностью $b'_4 = a - b$ в случае $a > b$ и положив соответствующие им тарифы перевозок нулевыми.

б) Составить первоначальный план перевозок. (Рекомендуется воспользоваться методом наименьшей стоимости.)

в) Проверить, является ли первоначальный план оптимальным в смысле суммарной стоимости перевозок, и если это так, то составить оптимальный план

$$X_{opt} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}.$$

обеспечивающий минимальную стоимость перевозок $S_{min} = \sum_{i,j=1}^3 c_{ij} x_{ij}$. Найти эту стоимость. (Рекомендуется воспользоваться методом потенциалов.)

Темы контрольных работ

- КР-1. Матрицы, определители, векторы, прямая на плоскости.
- КР-2. Пределы.
- КР-3. Дифференцирование.
- КР-4. Интегрирование.
- КР-5. Дифференциальные уравнения.
- КР-6. Числовые и степенные ряды.
- КР-7. Теория вероятностей.
- КР-8. Случайные величины.

Темы и примерные задания расчётно-графических работ

РГР-1. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Решить систему линейных алгебраических уравнений и сделать проверку:

- а) по формулам Крамера;
- б) матричным методом;
- в) методом Гаусса.

$$1) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -21 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

РГР-2. Применение векторной алгебры к задачам аналитической геометрии.

РГР-3. Исследование функции и построение её графика.

«Исследование функции одной переменной и построение ее графика»

Вариант	Задание 1	Задание 2
1	$y = \frac{x^2}{4 - x^2}$	$y = x^2 \cdot e^{-x}$

Задание 1 и 2. Провести полное исследование функции и построить её график.

Заданную функцию необходимо исследовать по следующей схеме:

1. Найти область определения функции. Указать, если есть, точки разрыва функции.
2. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.
3. Определить, является ли функция четной, нечетной или она является функцией общего вида.
4. Найти производные функции первого и второго порядка.
5. Найти критические точки первого и второго рода. Указать интервалы, на которые критические точки разбили всю область определения функции.
6. Построить и заполнить таблицу исследования функции.

x	Критические точки и интервалы взять из пункта 5
y'	В каждом интервале указать знак y'
y	Схематично указать монотонность
y''	В каждом интервале указать знак y''
y	Схематично указать выпуклость графика функции

7. Указать интервалы возрастания и убывания функции.
8. Определить точки экстремумов функции. Вычислить значения функции в полученных экстремальных точках.
9. Указать интервалы выпуклости графика функции.
10. Определить точки перегиба графика функции. Вычислить значения функции в полученных точках перегиба.
11. Найти асимптоты графика функции (написать уравнения): вертикальные и наклонные (или горизонтальные).
12. Построить график функции на основании проведенного исследования.

РГР-4. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных.

Задание 1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на замкнутом интервале $[a, b]$.

Для выполнения задания 1 необходимо:

1. Найти точки экстремума функции в интервале (a, b) .
2. Вычислить значения функции в полученных экстремальных точках.
3. Вычислить значения функции на концах интервала (в точках a и b).
4. Из полученных в пунктах 2 и 3 значений функции выбрать самое большое и самое маленькое. Это и будут наибольшее и наименьшее значения данной функции на заданном замкнутом интервале $[a, b]$.

Задание 2. Найти глобальные экстремумы функции $z = f(x, y)$ в заданной замкнутой области D .

Для выполнения задания 2 необходимо:

1. Найти локальные экстремумы функции $z = f(x, y)$ внутри области D .
2. Найти условные экстремумы функции $z = f(x, y)$ на границе области D .
3. Сравнить значения локальных экстремумов, входящих в область D , и значения условных экстремумов на границе области D . Выбрать наибольшее и наименьшее из этих значений. Это и будут глобальный максимум и глобальный минимум функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области D .

Вариант	Задание 1	Задание 2
1	$y = 8 + \frac{8}{x} - 0.5x^2,$ $x \in [-4; -1]$	$z = 4x^3 + 4xy - 9x - 2y + 3,$ $D : x + y = 3, x = 0, y = 0.$

РГР-5. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Вопросы к защите РГР-1

1. Определение матрицы. Записать общий вид матрицы размера 2×3 .
2. Определение квадратной матрицы. Записать общий вид квадратной матрицы 3-го порядка.
3. Определение диагональной матрицы. Записать общий вид диагональной матрицы 4-го порядка.
4. Определение треугольной матрицы. Записать общий вид верхнетреугольной матрицы 3-го порядка.
5. Записать общий вид трапециевидной матрицы.
6. Определение единичной матрицы. Записать единичную матрицу 4-го порядка.
7. Определение нулевой матрицы. Записать нулевую матрицу размера 3×2 .

8. Определение транспонированной матрицы.
9. Определение равных матриц.
10. Какие матрицы называются согласованными?
11. Определение произведения строки длины k на столбец высоты k .
12. Определение и обозначение минора элемента матрицы.
13. Определение и обозначение алгебраического дополнения элемента матрицы.
14. Определение и обозначение обратной матрицы.
15. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
16. Записать систему m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными.
17. Определение решения системы линейных алгебраических уравнений.
18. Определение основной матрицы системы линейных алгебраических уравнений.
19. Определение расширенной матрицы системы линейных алгебраических уравнений.
20. Записать однородную систему m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными.
21. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
22. Запись решения системы линейных алгебраических уравнений в матричной форме.
23. Теорема Крамера.
24. Элементарные преобразования матриц.
25. Практическое вычисление ранга матрицы.
26. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
27. Определение совместной системы линейных алгебраических уравнений.
28. Теорема Кронекера-Капелли.
29. Теорема 1 о числе решений систем линейных алгебраических уравнений.
30. Теорема 2 о числе решений систем линейных алгебраических уравнений.
31. Определение тривиального и нетривиального решения однородной СЛАУ.

Вопросы для защиты РГР 2

Векторная алгебра

1. Определение вектора. Длина вектора. Нулевой, единичный, равные, противоположные, коллинеарные, компланарные вектора.
2. Линейные операции над векторами: сложение (2 правила) и вычитание векторов.
3. Линейные операции над векторами: произведение вектора на число. Геометрический смысл операции умножения вектора на число.
4. Основные свойства линейных операций над векторами. Определение линейной комбинации векторов.
5. Проекция вектора на ось. Свойства проекции.
6. Разложение вектора по ортам координатных осей. Координаты вектора.

7. Действия над векторами в координатной форме (линейные операции, равенство векторов, коллинеарность векторов, координаты точки и вектора).
8. Направляющие косинусы вектора. Теорема о сумме квадратов направляющих косинусов.
9. Деление отрезка в данном отношении.
10. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
11. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Вычисление векторного произведения в координатной форме.
12. Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в координатной форме.

Аналитическая геометрия на плоскости

1. Прямоугольная и полярная системы координат, связь между ними.
2. Преобразование системы координат: параллельный перенос осей координат, поворот осей координат.
3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Частные случаи.
4. Общее уравнение прямой на плоскости. Частные случаи.
5. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом.
6. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две данные точки.
7. Уравнение прямой в отрезках на плоскости.
8. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Нормальный вектор прямой.
9. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Нормирующий множитель.
10. Угол между двумя прямыми на плоскости.
11. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
12. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Аналитическая геометрия в пространстве

1. Уравнение поверхности в прямоугольной системе координат. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
2. Общее уравнение плоскости. Частные случаи общего уравнения плоскости.
3. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
4. Уравнение плоскости в отрезках.
5. Нормальное уравнение плоскости.
6. Угол между двумя плоскостями.

7. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
8. Расстояние от точки до плоскости.
9. Векторное уравнение прямой в пространстве.
10. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
11. Канонические уравнения прямой. Замечание о нуле в знаменателе.
12. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две заданные точки.
13. Общие уравнения прямой в пространстве. 2 способа перехода к каноническим уравнениям прямой.
14. Угол между прямыми в пространстве.
15. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.
16. Условие расположения двух прямых в одной плоскости.
17. Угол между прямой и плоскостью.
18. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
19. Пересечение прямой с плоскостью.

Вопросы к защите РГР-3

1. Определение чётной функции.
2. Определение нечётной функции.
3. Определение возрастающей функции.
4. Определение убывающей функции.
5. Определение точки разрыва первого рода.
6. Определение точки разрыва второго рода.
7. Необходимые условия возрастания и убывания функции.
8. Достаточные условия возрастания и убывания функции.
9. Определение точки максимума и точки минимума.
10. Необходимое условие экстремума.
11. Определение критической точки первого рода.
12. Достаточное условие экстремума.
13. Определение графика, выпуклого вниз.
14. Определение графика, выпуклого вверх.
15. Определение точки перегиба.
16. Признаки выпуклости графика.
17. Необходимое условие существования точек перегиба.
18. Определение критической точки второго рода.
19. Достаточное условие существования точек перегиба.
20. Определение асимптоты графика.
21. Определение вертикальной асимптоты графика.
22. Определение горизонтальной асимптоты графика.
23. Определение наклонной асимптоты графика.

Вопросы к защите РГР-4

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Определение порядка дифференциального уравнения.

3. Определение дифференциального уравнения первого порядка.
4. Определение решения дифференциального уравнения первого порядка.
5. Определение начального условия для дифференциального уравнения первого порядка.
6. Определение общего решения дифференциального уравнения первого порядка.
7. Определение частного решения дифференциального уравнения первого порядка.
8. Определение задачи Коши.
9. Определение дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
10. Определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
11. Определение уравнения Бернулли.
12. Определение уравнения в полных дифференциалах.
13. Определение дифференциального уравнения n -го порядка.
14. Определение решения дифференциального уравнения n -го порядка.
15. Определение задачи Коши для дифференциального уравнения n -го порядка.
16. Определение общего решения дифференциального уравнения n -го порядка.
17. Определение частного решения дифференциального уравнения n -го порядка.
18. Определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.
19. Определение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
20. Определение линейной зависимости функций.
21. Определение линейной независимости функций.
22. Определение определителя Вронского.
23. Теорема об определителе Вронского для линейно зависимых функций.
24. Теорема об определителе Вронского для линейно независимых решений ЛОДУ-2п.
25. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ-2п.
26. Теорема о структуре общего решения ЛНДУ-2п.
27. Определение линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (ЛОДУ-2п-пк).
28. Определение линейного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (ЛНДУ-2п-пк).
29. Определение характеристического уравнения для ЛОДУ-2п-пк.
30. Теорема о виде решений уравнения ЛОДУ-2п-пк.
31. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ-2п-пк.
32. Теорема о наложении решений ЛНДУ-2п-пк.

Вопросы к защите РГР-5

1. Определение числового ряда.
2. Определение n -частичной суммы ряда.
3. Определение сходящегося числового ряда.
4. Определение расходящегося числового ряда.
5. Определение геометрического ряда, его сходимости. Доказательство.
6. Определение гармонического ряда, его сходимости. Доказательство.
7. 3 свойства сходящихся и расходящихся рядов.
8. Необходимое условие сходимости числовых рядов.
9. Достаточный признак расходимости ряда.
10. Первый признак сравнения числовых знакоположительных рядов. Доказательство.
11. Второй признак сравнения числовых знакоположительных рядов (предельный признак сравнения). Доказательство.
12. Признак Даламбера.
13. Радикальный признак Коши.
14. Интегральный признак Коши.
15. Обобщенный гармонический ряд, его сходимости. Доказательство.
16. Определения знакопеременного, знакочередующегося рядов.
17. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Доказательство.
18. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Доказательство.
19. Определение абсолютной сходимости знакопеременного ряда.
20. Определение условной сходимости знакопеременного ряда.
21. 3 свойства абсолютно сходящихся рядов.
22. Определение функционального ряда.
23. Определение точки сходимости функционального ряда.
24. Определение области сходимости функционального ряда.
25. Определение степенного ряда. Коэффициенты степенного ряда.
26. Теорема Абеля. Доказательство.
27. Следствие из теоремы Абеля. Доказательство.
28. Определение радиуса сходимости степенного ряда.
29. Определение интервала сходимости степенного ряда.
30. 4 свойства степенных рядов.
31. Определение разложения функции в степенной ряд.
32. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.
33. Определение разложения функции $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x - x_0)$.
34. Определение ряда Маклорена. (Пример разложения в ряд Маклорена одной элементарной функции на выбор. Без доказательства.)
35. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
36. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
37. Определение периодической функции. Основные свойства.

38. Определение тригонометрического ряда. Коэффициенты ряда.
39. Свойство ортогональности функций (системы образующих тригонометрического ряда).
40. Определение ряда Фурье, коэффициенты Фурье (формулы).
41. Достаточное условие разложимости функции в ряд Фурье (теорема Дирихле).
42. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций (неполные тригонометрические ряды или ряды по косинусам и по синусам соответственно). Формулы.

9.6.2 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

1 семестр

Линейная алгебра

1. Определение матрицы. Записать общий вид матрицы размера 2×3 .
2. Определение квадратной матрицы. Записать общий вид квадратной матрицы 3-го порядка.
3. Определение диагональной матрицы. Записать общий вид диагональной матрицы 4-го порядка.
4. Определение треугольной матрицы. Записать общий вид верхнетреугольной матрицы 3-го порядка.
5. Записать общий вид трапециевидной матрицы.
6. Определение единичной матрицы. Записать единичную матрицу 4-го порядка.
7. Определение нулевой матрицы. Записать нулевую матрицу размера 3×2 .
8. Определение транспонированной матрицы.
9. Определение равных матриц.
10. Какие матрицы называются согласованными?
11. Определение произведения строки длины k на столбец высоты k .
12. Определение и обозначение минора элемента матрицы.
13. Определение и обозначение алгебраического дополнения элемента матрицы.
14. Определение определителя n -го порядка. Теорема Лапласа.
15. Свойства определителей (1-5 свойства).
16. Свойства определителей (6-10 свойства).
17. Определение и обозначение обратной матрицы.
18. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
19. Записать систему m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными.
20. Определение решения системы линейных алгебраических уравнений.
21. Определение основной матрицы системы линейных алгебраических уравнений.

22. Определение расширенной матрицы системы линейных алгебраических уравнений.
23. Записать однородную систему m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными.
24. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
25. Запись решения системы линейных алгебраических уравнений в матричной форме.
26. Теорема Крамера.
27. Элементарные преобразования матриц. Свойства.
28. Минор матрицы порядка k . Определение ранга матрицы. Обозначение.
29. Практическое вычисление ранга матрицы.
30. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
31. Определение совместной системы линейных алгебраических уравнений.
32. Определение определенной системы линейных алгебраических уравнений.
33. Определение неопределенной системы линейных алгебраических уравнений.
34. Теорема Кронекера-Капелли.
35. Условие определенности системы линейных алгебраических уравнений.
36. Условие неопределенности системы линейных алгебраических уравнений.
37. Определение тривиального и нетривиального решения однородной СЛАУ.
38. Три теоремы о решении однородных СЛАУ.

Векторная алгебра

39. Определение вектора. Длина вектора. Нулевой, единичный, равные, противоположные, коллинеарные, компланарные вектора.
40. Линейные операции над векторами: сложение (2 правила) и вычитание векторов.
41. Линейные операции над векторами: произведение вектора на число. Геометрический смысл операции умножения вектора на число.
42. Основные свойства линейных операций над векторами. Определение линейной комбинации векторов.
43. Проекция вектора на ось. Свойства проекции.
44. Разложение вектора по ортам координатных осей. Координаты вектора.
45. Действия над векторами в координатной форме (линейные операции, равенство векторов, коллинеарность векторов, координаты точки и вектора).
46. Направляющие косинусы вектора. Теорема о сумме квадратов направляющих косинусов.
47. Деление отрезка в данном отношении.
48. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
49. Правая тройка векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Вычисление векторного произведения в координатной форме.

50. Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в координатной форме.

Линейные пространства

51. Вещественное линейное пространство (определение и аксиомы). Комплексное линейное пространство. Арифметический вектор, его компоненты.
52. Линейная комбинация векторов. Тривиальная (нетривиальная) линейная комбинация. Линейная зависимость и независимость векторов (2 определения). Теорема.
53. n -мерное линейное пространство. Размерность пространства. Базис пространства. Теорема о разложении вектора по базису. Теорема о линейной независимости векторов в n -мерном линейном пространстве.
54. Переход к новому базису. Получить матрицу перехода. Формулы, связывающие новые координаты вектора со старыми (теорема).
55. Скалярное произведение векторов в n -мерном линейном пространстве. Свойства. Норма вектора. Свойства длины вектора. Евклидово пространство. Унитарное пространство. Аксиомы.
56. Ортогональные векторы. Ортонормированный базис. Алгоритм построения ортонормированного базиса.
57. Оператор. Линейный оператор. Матрица оператора. Действия над линейными операторами (алгебра операторов). Теорема о связи матриц линейного оператора в различных базисах.
58. Обратный оператор. Матрица обратного оператора.
59. Собственный вектор. Собственное значение. Характеристический многочлен оператора. Теорема о диагональном виде матрицы оператора. Алгоритм нахождения собственных чисел и собственных векторов оператора.
60. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Теорема о матрице квадратичной формы при невырожденном линейном преобразовании. Каноническая квадратичная форма. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
61. Закон инерции квадратичных форм. Положительно (отрицательно) определенная квадратичная форма. 2 критерия установления знакоопределенности квадратичной формы.

Аналитическая геометрия на плоскости

62. Прямоугольная и полярная системы координат, связь между ними.
63. Преобразование системы координат: параллельный перенос осей координат, поворот осей координат.
64. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Частные случаи.
65. Общее уравнение прямой на плоскости. Частные случаи.

66. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом.
67. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две данные точки.
68. Уравнение прямой в отрезках на плоскости.
69. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Нормальный вектор прямой.
70. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Нормирующий множитель.
71. Угол между двумя прямыми на плоскости.
72. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
73. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Кривые второго порядка

74. Окружность: определение. Каноническое уравнение, общее уравнение. Свойства общего уравнения окружности.
75. Эллипс: определение. Каноническое уравнение. Исследование уравнения эллипса. Форма эллипса: эксцентриситет. Директрисы эллипса.
76. Гипербола: определение. Каноническое уравнение. Исследование уравнения гиперболы. Форма гиперболы: эксцентриситет. Директрисы, асимптоты гиперболы. Равносторонняя гипербола, сопряженные гиперболы.
77. Парабола: определение. Каноническое уравнение. Исследование уравнения параболы. Форма параболы: эксцентриситет.
78. Общее уравнение линий второго порядка. Теорема.

Аналитическая геометрия в пространстве

79. Уравнение поверхности в прямоугольной системе координат. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
80. Общее уравнение плоскости. Частные случаи общего уравнения плоскости.
81. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
82. Уравнение плоскости в отрезках.
83. Нормальное уравнение плоскости.
84. Угол между двумя плоскостями.
85. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
86. Расстояние от точки до плоскости.
87. Векторное уравнение прямой в пространстве.
88. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
89. Канонические уравнения прямой. Замечание о нуле в знаменателе.
90. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две заданные точки.
91. Общие уравнения прямой в пространстве. 2 способа перехода к каноническим уравнениям прямой.
92. Угол между прямыми в пространстве.

93. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.
94. Условие расположения двух прямых в одной плоскости.
95. Угол между прямой и плоскостью.
96. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
97. Пересечение прямой с плоскостью.

2 семестр

Введение в математический анализ.

1. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, прямое произведение множеств).
2. Абсолютная величина числа, её свойства.
3. Числовые промежутки (замкнутые, открытые, полуоткрытые, полубесконечные). Окрестность точки.
4. Понятие функции. Способы задания функций. Сложная функция. Обратная функция.
5. Основные элементарные функции (перечислить, одну на выбор изобразить со всеми особенностями и обозначениями).
6. Предел числовой последовательности, его геометрический смысл. Теорема о количестве пределов последовательности.
7. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} = 1$ (или любой другой предел последовательности из ИДЗ №1).
8. Предел функции в точке, его геометрический смысл.
9. Односторонние пределы.
10. Предел функции на бесконечности, его геометрический смысл.
11. Бесконечно малые функции. Теоремы о бесконечно малых функциях.
12. Бесконечно большие функции. Теорема о связи БМФ и ББФ.
13. Связь между функцией, её пределом и бесконечно малой функцией (с доказательством). Обратная теорема.
14. Основные теоремы о пределах.
15. «Принцип двух милиционеров».
16. Первый замечательный предел (с доказательством). Второй замечательный предел.
17. Точки разрыва функции и их классификация.
18. Основные теоремы о непрерывных функциях.
19. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши).

Дифференциальное исчисление.

13. Определение производной. Геометрический, физический и механический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой.

14. Правая и левая производные. Дифференцируемая функция (определение). Теорема о зависимости между непрерывностью и дифференцируемостью функции (доказательство теоремы).
15. Определение производной. Производная суммы, разности, произведения и частного функций (теоремы, следствия). Одно доказательство на выбор.
16. Определение производной. Вычисление производных тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$) по определению. (Уметь выводить формулы по определению).
17. Дифференцирование обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций (вывод формул для $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$).
18. Теорема о дифференцировании сложной функции. Производные функций $y = \ln x$, $y = a^x$, $y = x^n$. Вывод формул.
19. Логарифмическое дифференцирование. Случаи применения. Привести примеры. Определение функции, заданной неявно. Дифференцирование неявно заданных функций. Привести примеры.
20. Дифференциал функции (определение). Геометрический смысл дифференциала (на чертеже уметь показать). Дифференциал суммы, произведения и частного двух функций. Дифференциал сложной функции. Одно доказательство на выбор.
21. Производные высших порядков. Пример. Дифференциалы высших порядков. Пример.
22. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Формула производной второго порядка от функции, заданной параметрически. Привести пример.

Исследование функций при помощи производных.

23. Теорема Ферма (с доказательством). Ее геометрический смысл.
24. Теорема Ролля (с доказательством). Ее геометрический смысл.
25. Теорема Лагранжа (с доказательством). Ее геометрический смысл. Формула Лагранжа.
26. Теорема Коши (с доказательством).
27. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей вида $\{0/0\}$. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей вида $\{\infty/\infty\}$. Привести примеры.
28. Возрастающая (убывающая) функция. Необходимые условия возрастания (убывания) функции (с доказательством). Геометрический смысл теоремы.
29. Возрастающая (убывающая) функция. Достаточные условия возрастания (убывания) функции (с доказательством).
30. Определение точки максимума (минимума) функции одной переменной. Необходимое условие существования экстремума функции одной переменной (с доказательством). Геометрический смысл теоремы.
31. Определение критической точки первого рода. Достаточное условие существования экстремума функции одной переменной (с доказательством). Правило исследования функции на экстремум.

Достаточный признак существования экстремума (основанный на определении знака 2-й производной).

32. Определение выпуклого вниз (вверх) графика функции. Признаки выпуклости графика.
33. Определение точки перегиба. Необходимое условие существования точек перегиба. Определение критической точки второго рода. Достаточное условие существования точек перегиба (с доказательством).
34. Определение асимптоты графика функции. Определение вертикальной, горизонтальной, наклонной асимптоты графика функции. Привести примеры.

Функция двух переменных.

35. Определение функции двух переменных, области определения, граница области, внутренней точки, открытой и замкнутой области. Определение окрестности точки на плоскости, предела функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных в точке (2 определения).
36. Частное приращение функции двух переменных, полное приращение. Определение частной производной функции двух переменных. Геометрический смысл частной производной. Частные производные второго порядка. Теорема Шварца (о равенстве смешанных частных производных).
37. Определение дифференцируемой функции двух переменных. Определение полного дифференциала функции двух переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции двух переменных (с доказательством).
38. Определение дифференцируемой функции двух переменных. Определение полного дифференциала функции двух переменных. Формула для вычисления полного дифференциала функции двух переменных. Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных.
39. Производная сложной функции двух переменных (теорема с доказательством). Частный случай (формула полной производной). Общий случай (сложная функция двух независимых переменных u, v).
40. Дифференцирование неявной функции одной и двух переменных (формулы с выводом). Привести примеры.
41. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Чертеж. Формулы для случая неявно заданной функции.
42. Определение точки максимума (минимума) функции двух переменных. Необходимые условия экстремума. Определение стационарной и критической точки функции двух переменных. Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.
43. Определение точки максимума (минимума) функции двух переменных. Определение замкнутой области. Правило нахождения глобального экстремума функции двух переменных в замкнутой области.

Неопределенный интеграл.

44. Определение первообразной функции. Теорема о множестве всех первообразных для функции. Геометрический смысл.
45. Свойства неопределенного интеграла.
46. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования подстановкой. Пример.
47. Метод интегрирования по частям. Типы интегралов, которые удобно вычислять методом интегрирования по частям. Примеры.
48. Комплексные числа (алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи). Действия над комплексными числами (в алгебраической и тригонометрической форме записи). На примерах.
49. Определение дробно-рациональной функции. Определение правильной и неправильной рациональной дроби. Определение и интегрирование простейших рациональных дробей I, II и III типов. Примеры.
50. Разложение рациональных дробей на простейшие дроби (теорема). Метод сравнения коэффициентов. Примеры.
51. Интегрирование тригонометрических функций (интегралы типа $\int \sin^m x \cos^n x dx$). Универсальная тригонометрическая подстановка. Примеры.
52. Интегрирование иррациональных функций (квадратичные иррациональности, линейная подстановка, тригонометрическая подстановка). Примеры.

3 семестр

Определенный интеграл.

1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы (определение, обозначение). Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница (теорема). Основные свойства определенного интеграла.
3. Интегрирование подстановкой (теорема). Интегрирование по частям (теорема). Примеры.
4. Несобственные интегралы I и II рода (определения, геометрический смысл). Примеры.

Дифференциального уравнения

5. Определение дифференциального уравнения первого порядка. Привести пример дифференциального уравнения первого порядка.
6. Определение решения дифференциального уравнения первого порядка. Проверить, является ли функция $y = \cos 3x$ решением дифференциального уравнения $y' - 3 \sin 3x = 0$.
7. Определение общего решения дифференциального уравнения первого порядка.

8. Определение частного решения дифференциального уравнения первого порядка.
9. Определение начального условия для дифференциального уравнения первого порядка.
10. Определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
11. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $y'/(x-1) = 1 / \cos y$.
12. Определение дифференциального уравнения n-го порядка.
13. Определить порядок дифференциального уравнения $y^5 - y^{(3)} + y = x^2$.
14. Определение задачи Коши для дифференциального уравнения n-го порядка.
15. Определение общего решения дифференциального уравнения n-го порядка.
16. Определение частного решения дифференциального уравнения n-го порядка.
17. Определение линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (ЛОДУ-2п-пк).
18. Определение характеристического уравнения для ЛОДУ-2п-пк.
19. Определение линейного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (ЛНДУ-2п-пк).
20. Найти общее решение ЛОДУ-2п-пк $y'' - y' - 2y = 0$.
21. Найти общее решение ЛОДУ-2п-пк $y'' - y = 0$.
22. Найти общее решение ЛОДУ-2п-пк $y'' - 2y' + 2y = 0$.

4 семестр

Ряды

1. Определение числового ряда.
2. Определение n-частичной суммы ряда.
3. Определение сходящегося числового ряда.
4. Определение расходящегося числового ряда.
5. Определение геометрического ряда, его сходимости. Доказательство.
6. Определение гармонического ряда, его сходимости. Доказательство.
7. 3 свойства сходящихся и расходящихся рядов.
8. Необходимое условие сходимости числовых рядов.
9. Достаточный признак расходимости ряда.
10. Первый признак сравнения числовых знакоположительных рядов. Доказательство.
11. Второй признак сравнения числовых знакоположительных рядов (предельный признак сравнения). Доказательство.
12. Признак Даламбера.
13. Радикальный признак Коши.
14. Интегральный признак Коши.

15. Обобщенный гармонический ряд, его сходимость. Доказательство.
16. Определения знакопеременного, знакочередующегося рядов.
17. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.

Доказательство.

18. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.

Доказательство.

19. Определение абсолютной сходимости знакопеременного ряда.
20. Определение условной сходимости знакопеременного ряда.
21. 3 свойства абсолютно сходящихся рядов.
22. Определение функционального ряда.
23. Определение точки сходимости функционального ряда.
24. Определение области сходимости функционального ряда.
25. Определение степенного ряда. Коэффициенты степенного ряда.
26. Теорема Абеля. Доказательство.
27. Следствие из теоремы Абеля. Доказательство.
28. Определение радиуса сходимости степенного ряда.
29. Определение интервала сходимости степенного ряда.
30. 4 свойства степенных рядов.
31. Определение разложения функции в степенной ряд.
32. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.
33. Определение разложения функции $f(x)$ в ряд

Тейлора по степеням $(x - x_0)$.

функции $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x - \dots)$.

34. Определение ряда Маклорена. (Пример разложения в ряд Маклорена одной элементарной функции на выбор. Без доказательства.)
35. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
36. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
37. Определение периодической функции. Основные свойства.
38. Определение тригонометрического ряда. Коэффициенты ряда.
39. Свойство ортогональности функций (системы образующих тригонометрического ряда).
40. Определение ряда Фурье, коэффициенты Фурье (формулы).
41. Достаточное условие разложимости функции в ряд Фурье (теорема Дирихле).
42. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций (неполные тригонометрические ряды или ряды по косинусам и по синусам соответственно).
Формулы

Теория вероятностей

43. Какие события называют достоверными, невозможными, случайными?

44. Определение суммы, произведения, разности событий. Противоположное событие. Элементарное событие. Пространство элементарных событий.
45. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Статистическое определение вероятности. Поле событий. Вероятность как функция на поле событий.
46. Геометрические вероятности.
47. Совместные, несовместные события. Теорема сложения вероятностей (для совместных и несовместных событий).
48. Полная группа событий.
49. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
50. Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий.
51. Комбинаторика. Перестановки. Сочетания. Размещения.
52. Формула полной вероятности.
53. Формула Байеса (теорема гипотез).
54. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.
55. Случайная величина. Ряд распределения. Дискретная случайная величина.
56. Функция распределения случайной величины. Свойства.
57. Биноминальный закон распределения.
58. Распределение Пуассона.
59. Характеристики дискретной случайной величины. Мода. Математическое ожидание. Его свойства.
60. Характеристики дискретной случайной величины. Дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Свойства.
61. Геометрический закон распределения. Связь числовых характеристик и параметров распределений дискретных случайных величин.
62. Определение непрерывной случайной величины. Функция плотности распределения вероятностей. Свойства функции. Кривая распределения.
63. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: мода, медиана.
64. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание. Свойства.
65. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Свойства.
66. Закон равномерного распределения вероятностей. Связь числовых характеристик и параметров распределения.
67. Показательный закон распределения. Связь числовых характеристик и параметров распределения.
68. Функция Лапласа.
69. Нормальное распределение. Кривая Гаусса.

70. Связь числовых характеристик и параметров нормального распределения. Нормированное распределение.
71. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
72. Закон больших чисел (теорема Чебышева). Центральная предельная теорема.

10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Высшая математика» характеризуется совокупностью методов, приемов и средств обучения, обеспечивающих реализацию содержания и учебно-воспитательных целей дисциплины, которая может быть представлена как некоторая методическая система, включающая методы, приемы и средства обучения. Такой подход позволяет более качественно подойти к вопросу освоения дисциплины обучающимися.

Учебные занятия начинаются и заканчиваются по времени в соответствии с утвержденным режимом СПб ГУГА в аудиториях согласно семестровым расписаниям теоретических занятий. На занятиях, предусмотренных расписанием, обязаны присутствовать все обучающиеся.

Для успешного освоения дисциплины «Высшая математика» требуется планомерная систематическая самостоятельная работа обучающегося. Во время лекций вести конспект лекций, записывая все изучаемые определения, теоремы, замечания к ним и решения предлагаемых задач. Конспект лекций следует иметь на практических занятиях. Во время практических занятий обучающиеся самостоятельно выполняют все задачи занятия, при этом преподаватель неоднократно контролирует правильность применения изучаемых методов и проводимых вычислений. В случае обнаружения преподавателем ошибок обучающийся должен исправить решение и довести его до верного ответа. Если во время занятия обучающийся не успевает сделать все задания, то он должен решить их самостоятельно в часы самостоятельной работы. Обучающийся должен выполнять все индивидуальные домашние задания и расчётно-графические работы в срок, своевременно готовится к защите расчётно-графических работ и контрольным работам. Во время защит расчётно-графических работ, контрольных работ, дифференцированного зачета и экзамена не допускается использование конспектов, учебников и любых электронных устройств.

Дифференцированный зачет, экзамен проводится в соответствии с расписанием зачётов и экзаменов. Перед ними проводится консультация, во время которой обучающиеся могут уточнить ответы по списку вопросов к экзамену, переписать контрольные работы, пересдать защиты расчётно-графических работ, сдать исправления расчётно-графических работ. Дифференцированный зачет, экзамен проводится в письменной форме. Проверка ответов производится после сдачи ответов всех обучающихся, сдающих экзамен

или дифференцированный зачет. По окончании проверки ответов преподаватель озвучивает оценки, полученные каждым обучающимся, с указанием допущенных ошибок. При получении оценки 2 «не удовлетворительно» или отметки «не аттестован», студент сдаёт экзамен или дифференцированный зачет во время дополнительной сессии, во время которой он вправе переписать контрольные работы, пересдать защиты расчётно-графических работ, сдать исправления расчётно-графических работ. Оценка за экзамен во время дополнительной сессии формируется по тем же правилам, что и в основной сессии.

Рабочая программа дисциплины «Высшая математики» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 25.05.05 «Эксплуатация воздушных судов и организация воздушного движения».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры № 4 «Высшей математики» « 25 » мая 2021 года, протокол № 8.

Разработчик:



Оснюк Е.А.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчика)

Заведующий кафедрой № 4 «Высшей математики».

д.т.н., профессор



Полянский В.А.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)

Программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО



к.т.н., доцент

Затонский В.М.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета « 16 » 06 2021 года, протокол № 9.