



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»**



**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор

*Ю.Ю. Михальчевский*

*«21» октября* 2021 года

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Методы оптимизации**

Направление подготовки  
**01.03.04 Прикладная математика**

Направленность программы (профиль)  
**Математическое и программное обеспечение систем управления**

Квалификация выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Санкт-Петербург  
2021

## **1 Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Методы оптимизации» является формирование знаний, умений, навыков и компетенций для понимания и оценки существующих алгоритмов решения оптимизационных задач, разработки новых методов и подходов в теории оптимизации, способности применять освоенный математический аппарат для оптимизации конкретных практических процессов, в частности в области транспортной логистики.

Задачами освоения дисциплины являются:

- знакомство студентов с прикладными оптимизационными моделями, возникающими при анализе различных реальных процессов;
- изучение различных типов оптимизационных моделей и их классификация;
- обзор основных математических методов, применяемых для решения оптимизационных задач;
- анализ известных алгоритмов оптимизации;
- знакомство с численными методами оптимизации.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к научно-исследовательскому типу профессиональной деятельности.

## **2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Методы оптимизации» представляет собой дисциплину, относящуюся к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Методы оптимизации» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплин: «Программирование», «Проектирование и разработка автоматизированных систем управления для гражданской авиации», «Автоматизированные системы управления воздушным движением».

Дисциплина «Методы оптимизации» является обеспечивающей для дисциплины «Нелинейные модели» и Выполнения и защиты выпускной квалификационной работы и Подготовки к сдаче государственного экзамена.

Дисциплина «Методы оптимизации» изучается в 7 и 8 семестрах.

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины «Методы оптимизации» направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции / индикатора	Результат обучения: наименование компетенции / индикатора компетенции
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ИД <sup>1</sup> <sub>УК2</sub>	Формулирует конкретные задачи согласно поставленной цели и определяет последовательность действий для решения этих задач, выбирает наиболее оптимальный способ решения.
УК-9	Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности.
ИД <sup>2</sup> <sub>УК9</sub>	Экономически обосновывает принятые решения, в том числе в профессиональной деятельности
ПК-1	Способен планировать и осуществлять вычислительные эксперименты, анализировать и интерпретировать полученные результаты
ИД <sup>1</sup> <sub>ПК1</sub>	Владеет навыками планирования и осуществления вычислительных экспериментов в различных сферах профессиональной деятельности.
ИД <sup>2</sup> <sub>ПК1</sub>	Дает оценку полученным в ходе вычислительных экспериментов результатам и успешно их интерпретирует.

Планируемые результаты изучения дисциплины:

Знать:

- основные типы экстремальных задач,
- теорию безусловной и условной оптимизации функций и функционалов.

Уметь:

- сводить прикладные задачи к задачам оптимизации,

- выбирать адекватный метод решения задач по оптимизации функций и функционалов.

Владеть:

- методами формализации прикладных задач и представления их в форме оптимизационных задач,
- численными методами решения задач по оптимизации функций и функционалов.

#### 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетные единицы, 288 академических часа.

Наименование	Всего часов	Семестр	
		7	8
Общая трудоемкость дисциплины	288	144	144
Контактная работа:	123	56,5	66,5
лекции	60	28	32
практические занятия	56	24	32
семинары	-	-	-
лабораторные работы	-	-	-
курсовой проект (работа)	4	4	-
Самостоятельная работа студента	114	70	44
Промежуточная аттестация:	54	18	36
контактная работа	3	0,5	2,5
самостоятельная работа по подготовке к экзамену	51	17,5	33,5

#### 5 Содержание дисциплины

##### 5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции			Образовательные технологии	Оценочные средства
		УК - 2	УК - 9	ПК - 1		
Тема 1. Оптимизация функций	30	+			ВК, Л, ПЗ, СРС	ПАР

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции			Образовательные технологии	Оценочные средства
		УК - 2	УК - 9	ПК - 1		
Тема 2. Необходимые условия экстремума функционала	32	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 3. Достаточные условия экстремума функционала	20	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 4. Задачи условной оптимизации функционалов	20	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 5. Численные методы оптимизации	20			+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 6. Задача линейного программирования	20	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 7. Задачи транспортного типа	20	+	+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 8. Задачи дискретного программирования	20	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 9. Задачи динамического программирования	20	+	+	+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Тема 10. Задачи сетевого типа	28	+		+	Л, ПЗ, СРС	ПАР
Всего по дисциплине	230					
Курсовая работа (проект)	4					
Промежуточная аттестация	54					
Итого по дисциплине	288					

ВК – входной контроль, Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ПАР – письменная аудиторная работа..

## 5.2 Темы(разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КП	Всего часов
7 семестр							
Тема 1. Оптимизация функций	6	6	-	-	18	-	30
Тема 2. Необходимые условия экстремума функционала	8	6	-	-	18	-	32

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КР	Всего часов
Тема 3. Достаточные условия экстремума функционала	6	6	-	-	8	2	22
Тема 4. Задачи условной оптимизации функционалов	4	4	-	-	12	2	22
Тема 5. Численные методы оптимизации	4	2	-	-	14	-	20
Всего за 7 семестр	28	24	-	-	70	4	126
Промежуточная аттестация							18
Итого за семестр 7							144
8 семестр							
Тема 6. Задача линейного программирования	6	6	-	-	8	-	20
Тема 7. Задачи транспортного типа	6	6	-	-	8	-	20
Тема 8. Задачи дискретного программирования	6	6	-	-	8	-	20
Тема 9. Задачи динамического программирования	6	6	-	-	8	-	20
Тема 10. Задачи сетевого типа	8	8	-	-	12	-	28
Всего за 8 семестр	32	32	-	-	44	-	108
Промежуточная аттестация							36
Итого за семестр 8							144
Итого по дисциплине							288

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, С – семинар, СРС – самостоятельная работа студента, КР – курсовая работа (проект), ЛР – лабораторная работа.

### 5.3 Содержание дисциплины

#### Тема 1. Оптимизация функций

Понятие экстремума функции. Локальные и глобальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции одной и нескольких переменных. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств. Метод множителей Лагранжа. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Задача математического программирования. Выпуклое программирование.

#### Тема 2. Необходимые условия экстремума функционала

Понятие функционала. Экстремумы функционала. Задачи о брахистохроне и о поверхности вращения с наименьшей площадью. Близость кривых 0 и 1 порядка. Сильный и слабый экстремум. Линейные функционалы. Первая вариация

ция функционала. Лемма о представлении первой вариации. Необходимое условие экстремума. Классическая задача вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Случаи упрощения уравнения Эйлера. Функционалы, зависящие от нескольких функций (система уравнений Эйлера) и от производных старшего порядка (уравнение Эйлера - Пуассона). Функционалы, зависящие от функции нескольких переменных (уравнение Остроградского). Классическая вариационная задача с подвижными границами. Случаи свободной границы и границы, лежащей на некоторой кривой (условия трансверсальности). Экстремали с угловыми точками. Односторонние вариации.

### **Тема 3. Достаточные условия экстремума функционала**

Понятие второй вариации функционала. Достаточные условия экстремума функционала. Достаточные условия слабого экстремума в классической вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума в классической вариационной задаче. Каноническая форма уравнений Эйлера. Функция Гамильтона.

### **Тема 4. Задачи условной оптимизации функционалов**

Задача Лагранжа на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задачи Майера и Больца. Задача программного управления. Оптимальные программные уравнения. Принцип максимума Понтрягина. Задача оптимального демпфирования. Уравнение Беллмана. Связь с оптимальным программным управлением.

### **Тема 5. Численные методы оптимизации**

Градиентные методы поиска экстремума функции. Прямые методы в вариационных задачах. Методы Эйлера и Рунге.

### **Тема 6. Задача линейного программирования**

Понятие экстремума функции. Локальные и глобальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции одной и нескольких переменных. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Математическое программирование. Задача линейного программирования. Геометрический и симплекс методы решения задачи линейного программирования. Метод искусственного базиса. Двойственные задачи. Двойственный симплекс-метод. Анализ чувствительности моделей линейного программирования. Примеры практических задач, сводящихся к задаче линейного программирования.

### **Тема 7. Задачи транспортного типа**

Транспортная задача. Сбалансированная и несбалансированные модели. Теорема о существовании решений. Методы построения начального решения. Метод потенциалов улучшения начального решения. Задачи с вырожденным базисом. Задачи с несколькими транспортными потоками. Задачи с промежуточными (транзитными) узлами. Минимизация времени перевозок. Примеры.

### **Тема 8. Задачи дискретного программирования**

Понятие задачи дискретного программирования. Целочисленное и булевоое программирование. Сведение задачи дискретного программирования к булевой задаче. Метод отсекающих плоскостей и метод ветвей и границ для решения задачи целочисленного программирования. Общий метод решения булевой задачи. Задача о назначениях. Задача о коммивояжере. Примеры практических задач, сводящихся к дискретному программированию.

### **Тема 9. Задачи динамического программирования**

Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана. Примеры задач динамического программирования. Задача о кратчайших путях в сети. Задача управления запасами. Задача об инвестициях. Задача о загрузке. Задача о планировании рабочей силы. Задача замены оборудования.

### **Тема 10. Задачи сетевого типа**

Постановка задачи о максимальном потоке. Понятие разреза (сечения) графа. Лемма о потоке. Основная теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе. Следствия к основной теореме о максимальном потоке. Решение задачи о максимальном потоке. Случай нескольких источников и стоков. Наличие ограничений снизу на поток. Случай неориентированных сетей. Наличие пропускной способности на узлах. Задача о спросе и предложении. Сведение к задаче о максимальном потоке. Обобщение задачи о спросе и предложении (наличие дополнительных ограничений). Задача о циркуляции. Сведение задачи к задаче о максимальном потоке. Задача о потоке минимальной стоимости. Связь с транспортной задачей. Сведение задачи о потоке минимальной стоимости к задаче о циркуляции. Решение задачи о потоке минимальной стоимости. Нахождение кратчайшего пути в графе. Задача минимальной стоимости о спросе и предложении (задача о торговце). Задача о поставщике. Максимальный динамический поток. Сведение к статическому случаю.

### **5.4. Практические занятия (семинары)**

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
7 семестр		



Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
7 семестр		
1	Практическое занятие 1. Безусловная и условная оптимизация функций. Задачи с ограничениями типа равенств.	2
	Практическое занятие 2-3. Условная оптимизация функций. Задачи с ограничениями типа неравенств. Выпуклое программирование.	4
2	Практическое занятие 4. Основные понятия теории функционалов. Первая вариация функционала.	2
	Практическое занятие 5. Необходимые условия безусловного экстремума в классической вариационной задаче. Уравнение Эйлера.	2
	Практическое занятие 6. Обобщения классической задачи вариационного исчисления.	2
3	Практическое занятие 7. Вторая вариация функционала.	2
	Практическое занятие 8. Достаточные условия слабого экстремума функционала.	2
	Практическое занятие 9. Достаточные условия сильного экстремума функционала.	2
4	Практическое занятие 10. Задача Лагранжа.	2
	Практическое занятие 11. Задачи Майера и Больца.	2
5	Практическое занятие 12. Численные методы поиска экстремума.	2
Всего за семестр 7		24
8 семестр		
6	Практическое занятие 13. Симплекс-метод.	2
	Практическое занятие 14. Метод искусственного базиса.	2
	Практическое занятие 15. Двойственный симплекс-метод.	2
7	Практическое занятие 16. Транспортная задача. Метод потенциалов.	2
	Практическое занятие 17. Транспортная задача. Случай вырожденного базиса.	2
	Практическое занятие 18. Обобщения транспортной задачи.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
7 семестр		
8	Практическое занятие 19. Задачи целочисленного и булевского программирования.	2
	Практическое занятие 20. Задача о назначениях.	2
	Практическое занятие 21. Задача коммивояжера.	2
9	Практическое занятие 22. Принцип оптимальности Беллмана.	2
	Практическое занятие 23-24. Примеры задач динамического программирования.	4
10	Практическое занятие 25. Задача о максимальном потоке.	2
	Практическое занятие 26. Задача о спросе и предложении.	2
	Практическое занятие 27. Задача о потоке минимальной стоимости.	2
	Практическое занятие 28. Сведение задач динамического программирования к задачам о потоках в сети.	2
Всего за семестр 8		32
Итого по дисциплине		56

### 5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен

### 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
1	1. Изучение теоретического материала «Оптимизация функций» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	18
2	1. Изучение теоретического материала «Необходимые условия экстремума функционала» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 3, 5].	18

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
	2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	
3	1. Изучение теоретического материала «Достаточные условия экстремума функционала» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 4, 5]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	8
4	1. Изучение теоретического материала «Задачи условной оптимизации функционалов» (конспект лекций и рекомендуемая литература [2, 4, 6]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	12
5	1. Изучение теоретического материала «Численные методы оптимизации» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 3, 6-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	14
Всего за семестр 7		70
Семестр 8		
6	1. Изучение теоретического материала «Задача линейного программирования» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	8
7	1. Изучение теоретического материала «Задачи транспортного типа» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	8
8	1. Изучение теоретического материала «Задачи дискретного программирования» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	8
9	1. Изучение теоретического материала «Задачи динамического программирования» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	8
10	1. Изучение теоретического материала «Сетевые задачи» (конспект лекций и рекомендуемая литература [1, 2, 7-10]). 2. Подготовка к письменной аудиторной работе.	12

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
Всего за семестр 8		44
Итого по дисциплине		114

### 5.7 Курсовые работы (проекты)

Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Трудоемкость (часы)
Этап 1. Выдача задания на курсовую работу (проект)	2
Этап 2. Выполнение раздела «Введение»	4
Этап 3. Выполнение раздела «Основная часть»	10
Этап 4. Выполнение разделов «Заключение», «Выводы».	4
Этап 5. Оформление курсовой работы (проекта)	2
Защита курсовой работы (проекта)	2
Итого по курсовой работе (проекту):	22
самостоятельная работа студента, отведенная на выполнение курсовой работы (проекта)	20
согласно учебному плану	4

### 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Лесин, В.В. **Основы методов оптимизации** [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 344 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/86017>. — Загл. с экрана.

2. Пантелеев, А.В. **Методы оптимизации в примерах и задачах** [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460>. — Загл. с экрана.

3. Кудрявцев, К. Я. **Методы оптимизации** : учебное пособие для вузов / К. Я. Кудрявцев, А. М. Прудников. — 2-е изд. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 140 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-08523-5. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/6E25A4E0-03EF-4D8A-99CB-30A6D0A4C3A7](http://www.biblio-online.ru/book/6E25A4E0-03EF-4D8A-99CB-30A6D0A4C3A7). — Загл. с экрана.

4. Кочегурова, Е. А. **Теория и методы оптимизации** : учебное пособие для академического бакалавриата / Е. А. Кочегурова. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 133 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-

10090-7. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/81138134-E61E-47F5-9D95-EFA409E1BF62](http://www.biblio-online.ru/book/81138134-E61E-47F5-9D95-EFA409E1BF62). — Загл. с экрана.

б) дополнительная литература:

5. Ключин Я.Г. **Методы оптимизации**: Учеб.пособ.для вузов.Допущ.УМО [Текст] / Я. Г. Ключин. - СПб. : ГУГА, 2011. - 85с. Количество экземпляров 116.

6. Болдырев, Ю. Я. **Вариационное исчисление и методы оптимизации** : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 240 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-01707-6. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF](http://www.biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF). — Загл. с экрана.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

7. **Научное сообщество** [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://mathinfinity.net.ru/>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

8 **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

9 **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

10 **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

## **7 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Компьютерные классы кафедры № 8 (ауд.: 800, 801, 803, 804) с доступом в Интернет, переносной проектор.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

## **8 Образовательные и информационные технологии**

Дисциплина «Методы оптимизации» предполагает использование следующих образовательных технологий: входной контроль, лекции, практические занятия и самостоятельная работа студента.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения студентами дидактических единиц.

Он осуществляется по вопросам дисциплин, на которых базируется дисциплина «Методы оптимизации» (п.2).

Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий, на основе современных информационных и образовательных технологий, что, в сочетании с внеаудиторной работой, приводит к формированию и развитию профессиональных компетенций обучающихся. Это позволяет учитывать как исходный уровень знаний студентов, так и существующие методические, организационные и технические возможности обучения.

Практическое занятие обеспечивает связь теории и практики, содействует выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студента позволяет сформировать навыки самостоятельного приобретения обучающимися знаний по некоторым несложным вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков во время лекций, лабораторных работ и практических занятий.

Использование консультационных часов позволяет индивидуализировать занятия со студентами, проконтролировать освоение учебного материала. Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу и систематический контроль хода этой работой.

В рамках изучения дисциплины «Методы оптимизации» предполагается использовать в качестве информационных технологий среду Microsoft Office.

## **9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в виде экзамена.

Текущий контроль успеваемости включает письменные аудиторные работы и темы курсовых работ (проектов).

Письменная аудиторная работа проводится по темам практических занятий в соответствии с данной программой и предназначен для проверки способности обучающихся решать задачи по темам дисциплины. Контроль выполнения за-

дания, выдаваемого на самостоятельную работу, преследует собой цель своевременного выявления плохо усвоенного материала дисциплины для последующей корректировки или организации обязательной консультации.

Курсовая работа (проект) – авторский научно-исследовательский проект студента, направленный на выработку исследовательских навыков, опыта работы с научными источниками и создание законченного самостоятельного исследования. Оценочным средством являются темы курсовых работ (проектов), которые приведены в п. 9.3. Написание и защита курсовой работы (проекта) запланирована на 7 семестр.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде зачёта с оценкой в 7 семестре и экзамена в 8 семестре. Экзамен позволяет оценить уровень освоения студентом компетенций за весь период изучения дисциплины. Зачёт с оценкой и экзамен предполагает устные ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи.

### 9.1 Балльно-рейтинговая система оценки текущего контроля успеваемости и знаний и промежуточной аттестации студентов

#### 7 семестр

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)	Примечание
	минимальное значение	максимальное значение		
<b>Контактная работа</b>				
<i>Аудиторные занятия</i>				
Лекция №1-14	14	14	1-14	
Практическое занятие №1-12	12	12	1-14	
Письменная аудиторная работа № 1-5	19	44	1-14	
<b>Итого по обязательным видам занятий</b>	<b>45</b>	<b>70</b>		
<b>Зачет с оценкой</b>	<b>15</b>	<b>30</b>		
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>60</b>	<b>100</b>		
<i>Премияльные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Научные публикации по темам дисциплины		10		
Участие в конференциях по темам дисциплины		10		
Итого дополнительно премияльных баллов		<b>20</b>		
<b>Всего по дисциплине для рейтинга</b>		<b>120</b>		
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>				
<b>Количество баллов по БРС</b>	<b>Оценка (по «академической» шкале)</b>			
90 и более	5 – «отлично»			
75÷89	4 – «хорошо»			
60÷74	3 – «удовлетворительно»			
менее 60	2 – «неудовлетворительно»			

#### 8 семестр

Тема/вид учебных занятий (оценочных заданий),	Количество баллов	Срок контроля	При-
---	-------------------	---------------	------

позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	минимальное значение	максимальное значение	(порядковый номер недели с начала семестра)	мечание
<b>Контактная работа</b>				
<i>Аудиторные занятия</i>				
Лекция №1-16	16	16	1-8	
Практическое занятие №1-16	16	16	1-8	
Письменная аудиторная работа № 1-5	13	38	1-8	
<b>Итого по обязательным видам занятий</b>	<b>45</b>	<b>70</b>		
<b>Экзамен</b>	<b>15</b>	<b>30</b>		
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>60</b>	<b>100</b>		
<i>Премияльные виды деятельности (для учета при определении рейтинга)</i>				
Научные публикации по темам дисциплины		10		
Участие в конференциях по темам дисциплины		10		
Итого дополнительно премияльных баллов		<b>20</b>		
<b>Всего по дисциплине для рейтинга</b>		<b>120</b>		
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>				
<b>Количество баллов по БРС</b>	<b>Оценка (по «академической» шкале)</b>			
90 и более	5 – «отлично»			
75÷89	4 – «хорошо»			
60÷74	3 – «удовлетворительно»			
менее 60	2 – «неудовлетворительно»			

## 9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

7 семестр.

Посещение студентом лекционного и практического занятия с ведением конспекта оценивается в 1 балл. Письменная аудиторная работа – от 3,8 до 8,8 баллов, в зависимости от сложности заданий.

8 семестр.

Посещение студентом лекционного и практического занятия с ведением конспекта оценивается в 1 балл. Письменная аудиторная работа – от 2,6 до 7,6 баллов, в зависимости от сложности заданий.

## 9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине

1. Исследование безусловного экстремума функционала.
2. Решение задачи Лагранжа на условный экстремум.
3. Решение изопериметрической задачи.
4. Решение задачи Майера.
5. Решение задачи Больца.
6. Решение основных задач теории управления методами вариационного исчисления.
7. Применение численных методов для поиска экстремумов.



#### 9.4 Контрольные задания для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

1. Выписать общее решение линейной системы дифференциальных уравнений.
2. Каковы свойства фундаментальной матрицы системы?
3. Указать основные типы дифференциальных уравнений 1-ого порядка.
4. Решить линейное однородное и неоднородное уравнение старшего порядка.
5. Описать метод Гаусса решения линейных алгебраических систем.
6. Сформулировать задачу на безусловный и условный экстремум функции.
7. Указать необходимые и достаточные условия экстремума функции.
8. Сформулировать антогонистическую игру.
9. Привести основные понятия теории графов.
10. Транспортные сети. Основные понятия.

#### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Критерий	Индикаторы	Показатель
<i>Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений (УК-2)</i>		
Знать: - основные типы экстремальных задач.	ИД <sub>УК2</sub> <sup>1</sup>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знание основных понятий теории оптимизации.</li> <li>– Знание основных типов оптимизационных задач.</li> </ul>
Уметь: - сводить прикладные задачи к задачам оптимизации.	ИД <sub>УК2</sub> <sup>1</sup>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Умение моделировать различные процессы.</li> <li>– Умение формулировать критерии качества процесса.</li> </ul>

Критерий	Индикаторы	Показатель
<p>Владеть:</p> <p>- методами формализации прикладных задач и представления их в форме оптимизационных задач.</p>	<p>ИД<sup>1</sup><sub>УК2</sub></p>	<p>– Владение основными методами формализации оптимизационных задач.</p> <p>– Владение основными принципами математического моделирования.</p>
<p><i>Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности. (УК-9).</i></p>		
<p>Знать:</p> <p>- основные типы экономических задач, необходимость применения методов оптимальных решений для повышения эффективности экономической деятельности.</p>	<p>ИД<sup>2</sup><sub>УК9</sub></p>	<p>Знает основные типы экономических задач;</p> <p>Применяет методы оптимальных решений.</p>
<p>Уметь:</p> <p>- сводить экономические задачи к задачам оптимизации, анализировать и оценивать организационно-управленческие решения.</p>	<p>ИД<sup>2</sup><sub>УК9</sub></p>	<p>Сводит экономические задачи к задачам математическим</p> <p>Оценивает оптимальность решения</p>
<p>Владеть:</p> <p>- методами формализации экономических задач и представления их в форме оптимизационных задач</p>	<p>ИД<sup>2</sup><sub>УК9</sub></p>	<p>Формализует экономическую задачу</p> <p>Представляет экономическую задачу в виде оптимизационной</p>
<p><i>Способен планировать и осуществлять вычислительные эксперименты,</i></p>		

Критерий	Индикаторы	Показатель
<i>анализировать и интерпретировать полученные результаты (ПК-1)</i>		
Знать: - основные типы экстремальных задач.	ИД <sub>ПК1</sub> <sup>1</sup>	– Знание основных понятий теории оптимизации функций.
	ИД <sub>ПК1</sub> <sup>2</sup>	– Знание основных понятий теории оптимизации функционалов.
Уметь: - сводить прикладные задачи к задачам оптимизации.	ИД <sub>ПК1</sub> <sup>1</sup>	– Умение численно решать оптимизационные задачи.
	ИД <sub>ПК1</sub> <sup>2</sup>	– Умение численно моделировать различные оптимизационные процессы процесса.
Владеть: - методами формализации прикладных задач и представления их в форме оптимизационных задач.	ИД <sub>ПК1</sub> <sup>1</sup>	– Владение основными методами поиска экстремума функций.
	ИД <sub>ПК1</sub> <sup>2</sup>	– Владение основными методами поиска экстремума функционалов.

Характеристики шкалы оценивания приведены ниже.

1. Шкала оценивания курсовой работы (проекта) показана в таблице, приведенной ниже:

Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Максимальное количество баллов	Шкала оценивания
Этап 1. Выдача задания на курсовую работу (проект)	–	–
Этап 2. Выполнение раздела «Введение»	10	1-2 балла снимаются за ошибки в расчетах, 3 балл снимается за отсутствие полного хода решения, 0.5 балла снимается за отсутствие вывода, 0.3 балла снимается за некорректный вывод, 0,2 балла снимается за неполный вывод, 0,2 балла снимается за допущенные грамматические ошибки
Этап 3. Выполнение раздела «Основная часть»	30	
Этап 4. Выполнение разделов «Заключение», «Выводы».	10	

Наименование этапа выполнения курсовой работы (проекта)	Максимальное количество баллов	Шкала оценивания
Этап 5. Оформление курсовой работы (проекта)	10	1-3 балла снимаются за небрежность оформления текста, 1-2 балла снимаются за небрежность оформления использованных источников
Своевременность выполнения	10	За каждый просроченный день по неуважительной причине снимается 0,5 балла.
Итого выполнение курсовой работы (проекта)	70	
Защита курсовой работы (проекта)	30	5 баллов – исследовательский характер; 5 баллов – актуальность работы; 10 баллов – ответы на вопросы четкие, ясные и полные; 5 баллов – системная интерпретация полученных в курсовой работе (проекте) результатов; 5 баллов – грамотное ведение полемики.
Всего по курсовой работе (проекту):	100	
<b>Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале</b>		
<b>Количество баллов по БРС</b>	<b>Оценка (по «академической» шкале)</b>	
<b>90 и более</b>	<b>5 – «отлично»</b>	
<b>75÷89</b>	<b>4 – «хорошо»</b>	
<b>60÷74</b>	<b>3 – «удовлетворительно»</b>	
<b>менее 60</b>	<b>2 – «неудовлетворительно»</b>	

2. Максимальное количество баллов за зачёт с оценкой/экзамен – 30. Минимальное количество баллов за экзамен – 15 баллов.

3. При наборе менее 15 баллов – зачёт с оценкой/экзамен не сдан по причине недостаточного уровня знаний.

4. Итоговая оценка за зачёт с оценкой/экзамен выставляется как сумма набранных баллов за ответы на вопросы билета и за решение задачи.

5. Ответы на вопросы билета оцениваются следующим образом:

– *1 балл*: отсутствие продемонстрированных знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта (нет ответа на вопрос) или отказ от ответа;

– *2 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, демонстрация фрагментарных знаний в рамках образовательного стандарта, незнание лекционного материала;

– *3 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, много наводящих вопросов, отсутствие ответов по основным положениям вопроса, незнание лекционного материала;

– *4 балла*: ответ удовлетворительный, оценивается как минимально необходимые знания по вопросу, при этом студентом продемонстрировано хотя бы минимальное знание всех разделов вопроса в пределах лекционного материала. При этом студентом демонстрируется достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;

– *5 баллов*: ответ удовлетворительный, достаточные знания в объеме учебной программы, ориентированные на воспроизведение; использование научной (технической) терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;

– *6 баллов*: ответ удовлетворительный, студент достаточно ориентируется в основных аспектах вопроса, демонстрирует полные и систематизированные знания в объеме учебной программы;

– *7 баллов*: ответ хороший (достаточное знание материала), но требовались наводящие вопросы, студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы;

– *8 баллов*: ответ хороший, ответом достаточно охвачены все разделы вопроса, единичные наводящие вопросы; студент демонстрирует способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы;

– *9 баллов*: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; студент демонстрирует способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы;

– *10 баллов*: ответ на вопрос полный, не было необходимости в дополнительных (наводящих вопросах); студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы.

6. Решение задачи оценивается следующим образом:

– *10 баллов*: задание выполнено на 91-100 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументировано обосновывает свою точку зрения, уверенно и правильно отвечает на вопросы преподавателя;

– *9 баллов*: задание выполнено на 86-90 %, решение и ответ аккуратно оформлены, выводы обоснованы, дана правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументировано обосновывает свою точку зрения, правильно отвечает на вопросы преподавателя;

– *8 баллов*: задание выполнено на 81-85 %, ход решения правильный, незначительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает верные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает некоторые затруднения в интерпретации полученных выводов;

– *7 баллов*: задание выполнено на 74-80 %, ход решения правильный, значительные погрешности в оформлении; правильная, но не полная интерпретация выводов, студент дает правильные, но не полные ответы на вопросы преподавателя, испытывает определенные затруднения в интерпретации полученных выводов;

– *6 баллов*: задание выполнено 66-75 %, подход к решению правильный, есть ошибки, оформление с незначительными погрешностями, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;

– *5 баллов*: задание выполнено на 60-65 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;

– *4 балла*: задание выполнено на 55-59 %, подход к решению правильный, есть ошибки, значительные погрешности при оформлении, неполная интерпретация выводов, не все ответы на вопросы преподавателя правильные, не способен интерпретировать полученные выводы;

– *3 балла*: задание выполнено на 41-54 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, неправильная интерпретация выводов, студент дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;

– *2 балла*: задание выполнено на 20-40 %, решение содержит грубые ошибки, неаккуратное оформление работы, выводы отсутствуют; не может прокомментировать ход решения задачи, дает неправильные ответы на вопросы преподавателя;

– 1 балл: задание выполнено менее, чем на 20 %, решение содержит грубые ошибки, студент не может прокомментировать ход решения задачи, не способен сформулировать выводы по работе.

## 9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### Типовые задания для письменной аудиторной работы (7 семестр)

1. Решить задачи условной оптимизации функций

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 \rightarrow \text{extr}.$$

$$2x_1^4 - x_2^4 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \text{extr}.$$

$$5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 - 16x_1 - 12x_2 \rightarrow \text{extr}.$$

$$5x^2 + 4xy + y^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x + y = 1.$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1.$$

$$x^2 + y^2 \rightarrow \text{extr}, \quad 3x + 4y = 1.$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad x_1 + x_2 - x_3 = 1/2.$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, \quad x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3}.$$

$$x_1x_2 - 2x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad 2x_1 - x_2 - 3x_3 \leq 10, \quad x_2 \geq 0, \quad 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

$$e^{x_1-x_2} - x_1 - x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 + x_2 \leq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

2. Составить и решить уравнение Эйлера в задачах с закрепленными границами

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + tx) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = x(1) = 0.$$

$$\int_0^e t\dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 0, \quad x(e) = 1.$$

$$\int_0^1 (1+t)\dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

$$\int_0^1 x^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = \sqrt{2}.$$

3. Решить задачи с подвижными границами

$$\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad T + x(T) + 1 = 0.$$

$$\int_0^T (\dot{x}^2 + x) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 1.$$

4. В задаче 2 для найденных экстремалей проверить достаточные условия сильного и слабого экстремума.

5. Составить и решить уравнения Эйлера - Пуассона

$$\int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = \dot{x}(1) = 0, \quad x(1) = 1.$$

$$\int_0^\pi (\ddot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1, \quad x(\pi) = sh\pi, \quad \dot{x}(\pi) = ch\pi$$

$$\int_0^\pi (\ddot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0, \quad x(\pi) = sh\pi, \quad \dot{x}(\pi) = ch\pi + 1$$

6. Решить изопериметрические задачи

$$\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^\pi x \cos t dt = \frac{\pi}{2}, \quad x(0) = 1, \quad x(\pi) = -1.$$

$$\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^\pi x \sin t dt = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(\pi) = 1.$$

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^1 x e^t dt = \frac{e^2 + 1}{4}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = e.$$

7. Решить задачи Больца

$$\int_0^{\pi/2} (\dot{x}^2 - x^2 - 2x) dt - 2x^2(0) - x^2(\pi/2) \rightarrow \text{extr}.$$

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt + 4x^2(0) - 5x^2(1) \rightarrow \text{extr}.$$

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 - x) dt - \frac{x^2(1)}{2} \rightarrow \text{extr}.$$

$$\int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt + x_1(0)x_2(1) + x_1(1)x_2(0) \rightarrow \text{extr}.$$

8. Решить задачи оптимального управления



$$\int_0^4 (\dot{x}^2 + x) dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\dot{x}| \leq 1, \quad x(4) = 0.$$

$$\int_0^2 x dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad x(0) + x(2) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$\int_0^4 x dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad x(0) + x(4) = 0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}(4) = 0.$$

**Типовые задания для письменной аудиторной работы (8 семестр)**

1. Решить задачу линейного программирования геометрическим методом

$$3x_1 - 4x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 - 2x_2 \geq -4, \quad x_1 + x_2 \leq 3, \quad -x_1 + 2x_2 \geq -2.$$

2. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом

$$3x_1 - 4x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 - 2x_2 \geq -4, \quad x_1 + x_2 \leq 3, \quad -x_1 + 2x_2 \geq -2.$$

3. Решить задачу линейного программирования двойственным симплекс-методом

$$3x_1 + 5x_2 + 5x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 7, \quad -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 \geq 12.$$

4. Найти целочисленное решение задачи линейного программирования

$$4x_1 + 10x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \quad 2x_1 - x_2 - 3x_3 \leq 8.$$

5. Построить начальное решение транспортной задачи по методам северо-западного угла, минимальной стоимости, двойного предпочтения

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	запасы
A <sub>1</sub>	12	9	4	24	300
A <sub>2</sub>	5	5	10	25	130
A <sub>3</sub>	3	5	14	1	165
заказы	230	100	75	190	

6. Решить транспортную задачу методом потенциалов

	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	запасы
A <sub>1</sub>	8	6	1	3	7	20
A <sub>2</sub>	5	4	2	6	3	20
A <sub>3</sub>	1	3	0	0	0	30
A <sub>4</sub>	0	0	0	0	0	15
заказы	15	15	20	20	15	

7. Решить задачу о назначениях

7	6	5	3
8	3	9	5
3	1	7	2
2	4	4	4

8. Решить задачу коммивояжера

-	3	9	8
4	-	9	7
6	7	-	6
2	1	3	-

9. Найти кратчайшие пути в сети (в таблице указаны длины ребер)

0	1	3	-	-	-
1	0	1	9	7	-
3	1	0	2	1	-
-	9	2	0	1	8
-	8	5	3	0	3
-	-	-	4	7	0

10. Найти максимальный поток из первой вершины сети в шестую (в таблице указаны пропускные способности ребер)

-	1	3	0	0	0
1	-	1	9	7	0
3	1	-	2	1	0
0	9	2	-	1	8
0	8	5	3	-	3
0	0	0	4	7	-

11. Найти максимальный поток минимальной стоимости (в таблице первое число - пропускная способность ребра, второе - стоимость)

-, 0	1, 7	3, 2	0, -	0, -	0, -
1, 6	-, 0	1, 4	9, 8	7, 2	0, -
3, 8	1, 4	-, 0	2, 7	1, 5	0, -
0, -	9, 6	2, 2	-, 0	1, 3	8, 3
0, -	8, 4	5, 5	3, 2	-, 0	3, 1
0, -	0, -	0, -	4, 6	7, 9	-, 0

12. В задаче 11 найти поток величины 2 минимальной стоимости.

***Перечень примерных вопросов к зачёту с оценкой для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины (7 семестр)***

1. Понятие экстремума функции. Локальные и глобальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума функции одной и нескольких переменных.

2. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств. Метод множителей Лагранжа.

3. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Задача математического программирования.

4. Выпуклое программирование.
5. Понятие функционала. Экстремумы функционала. Задачи о брахистохроне и о поверхности вращения с наименьшей площадью.
6. Близость кривых 0 и 1 порядка. Сильный и слабый экстремум.
7. Линейные функционалы. Первая вариация функционала. Лемма о представлении первой вариации. Необходимое условие экстремума.
8. Классическая задача вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
9. Случаи упрощения уравнения Эйлера.
10. Функционалы, зависящие от нескольких функций (система уравнений Эйлера) и от производных старшего порядка (уравнение Эйлера - Пуассона).
11. Функционалы, зависящие от функции нескольких переменных (уравнение Остроградского).
12. Классическая вариационная задача с подвижными границами. Случаи свободной границы и границы, лежащей на некоторой кривой (условия трансверсальности).
13. Экстремали с угловыми точками.
14. Односторонние вариации.
15. Понятие второй вариации функционала. Достаточные условия экстремума функционала.
16. Достаточные условия слабого экстремума в классической вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби.
17. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума в классической вариационной задаче.
18. Каноническая форма уравнений Эйлера. Функция Гамильтона.
19. Задача Лагранжа на условный экстремум.
20. Изопериметрическая задача.
21. Задачи Майера и Больца.
22. Задача программного управления. Оптимальные программные уравнения. Принцип максимума Понтрягина.
23. Задача оптимального демпфирования. Уравнение Беллмана. Связь с оптимальным программным управлением.
24. Градиентные методы поиска экстремума функции.

25. Прямые методы в вариационных задачах. Методы Эйлера и Рунге.

***Перечень примерных вопросов к экзамену для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины (8 семестр)***

1. Задача поиска условного экстремума функции с ограничениями в виде равенств и неравенств. Математическое программирование. Задача линейного программирования.
2. Геометрический метод решения задачи линейного программирования.
3. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Метод искусственного базиса.
4. Двойственные задачи линейного программирования. Двойственный симплекс-метод.
5. Анализ чувствительности моделей линейного программирования.
6. Примеры практических задач, сводящихся к задаче линейного программирования.
7. Транспортная задача. Сбалансированная и несбалансированные модели. Теорема о существовании решений транспортной задачи.
8. Методы построения начального решения в транспортной задаче. Метод потенциалов улучшения начального решения.
9. Транспортные задачи с вырожденным базисом. Задачи с несколькими транспортными потоками. Задачи с промежуточными (транзитными) узлами. Минимизация времени перевозок. Примеры.
10. Понятие задачи дискретного программирования. Целочисленное и булево программирование. Сведение задачи дискретного программирования к булевой задаче.
11. Метод отсекающих плоскостей (метод Гомори) для решения задачи целочисленного программирования.
12. Метод ветвей и границ для решения задачи целочисленного программирования.
13. Общий метод решения булевой задачи.
14. Задача о назначениях.
15. Задача о коммивояжере.
16. Примеры практических задач, сводящихся к дискретному программированию.
17. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана. Примеры задач динамического программирования.
18. Задача о кратчайших путях в сети.
19. Задача управления запасами.
20. Задача об инвестициях.
21. Задача о загрузке.
22. Задача о планировании рабочей силы.
23. Задача замены оборудования.
24. Постановка задачи о максимальном потоке. Понятие разреза (сечения) графа.

25. Лемма о потоке. Основная теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
26. Следствия к основной теореме о максимальном потоке.
27. Решение задачи о максимальном потоке.
28. Случай нескольких источников и стоков. Наличие ограничений снизу на поток. Случай неориентированных сетей. Наличие пропускной способности на узлах.
29. Задача о спросе и предложении. Сведение к задаче о максимальном потоке.
30. Обобщение задачи о спросе и предложении (наличие дополнительных ограничений).
31. Задача о циркуляции. Сведение задачи к задаче о максимальном потоке.
32. Задача о потоке минимальной стоимости. Связь с транспортной задачей.
33. Сведение задачи о потоке минимальной стоимости к задаче о циркуляции.
34. Решение задачи о потоке минимальной стоимости.
35. Нахождение кратчайшего пути в графе.
36. Задача минимальной стоимости о спросе и предложении (задача о торговце).
37. Задача о поставщике.
38. Максимальный динамический поток. Сведение к статическому случаю.

***Типовая задача для промежуточной аттестации (7 семестр)***

Составить и решить уравнение Эйлера для функционала

$$\int_0^1 (x^2(t) - \dot{x}(t)x(t) + 2\dot{x}(t)) dt, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 0.$$

***Типовая задача для промежуточной аттестации (8 семестр)***

Решить задачу линейного программирования:

$$\begin{aligned} &5x_1 - 2x_2 \rightarrow \max \\ &x_1 - 2x_2 \geq -2, \quad x_1 + x_2 \leq 5, \quad -x_1 + 2x_2 \geq -2. \end{aligned}$$

**10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика преподавания дисциплины «Методы оптимизации» характеризуется совокупностью методов, приемов и средств обучения, обеспечивающих реализацию содержания и учебно-воспитательных целей дисциплины, которая может быть представлена как некоторая методическая система, включающая методы, приемы и средства обучения. Такой подход позволяет более качественно подойти к вопросу освоения дисциплины обучающимися.

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся по дисциплинам вообще

и по дисциплине «Методы оптимизации» в частности. Будучи по содержанию теоретическими, прикладными и методическими, по данной дисциплине они являются *теоретическими*. По назначению: *вводными, тематическими и заключительными*.

Методика преподавания лекционного курса дисциплины строится на использовании конкретной, оптимальной для нее методической системы. Методическая система есть сумма методов, приемов и средств обучения. Основой для построения системы служат дидактические принципы высшей школы, педагогическая психология и обобщенный опыт преподавания дисциплины.

При проведении лекций преподаватель опирается на базовые знания студентов по общенаучным дисциплинам с тем, чтобы основное время уделить специфическим вопросам дисциплины, а не повторению пройденного ранее материала. В процессе подготовки к лекции и в ходе ее изложения важным является развитие интереса обучающихся к преподаваемой дисциплине.

Интерес к изучению учебного материала достигается на лекции применением *комплекса методических приемов*: четкой формулировкой темы, разъяснением важности знания учебного материала для дальнейшей практической деятельности; выделением в изучаемом материале главного; созданием на занятиях хорошего эмоционального настроения; использованием творческого характера заданий на самостоятельную работу, выдаваемых обучающимся.

В зависимости от специфики преподаваемых дисциплин практические занятия условно можно разделить на две группы. Основным содержанием первой группы занятий является решение задач, производство расчетов, разработка документов, выполнение графических и других работ, второй группы – овладение методикой анализа и принятия решений.

Любое практическое занятие начинается, как правило, с формулирования его целевых установок. Понимание обучаемыми целей и задач занятия, его значения для специальной подготовки способствует повышению интереса к занятию и активизации работы по овладению учебным материалом.

Основную часть практического занятия составляет работа обучающихся по выполнению учебных заданий под руководством преподавателя. Эффективность этой части занятия зависит от ряда условий. Прежде всего, требуется тщательная разработка учебных заданий. По своему содержанию каждое задание должно быть логическим развитием основной идеи дисциплины и учитывать специальность подготовки обучающихся. Наряду с этим в задании необходимо предусмотреть использование и закрепление знаний, навыков и умений, полученных при изучении смежных дисциплин, т.е. учесть принцип комплексности в обучении.

Практические занятия, закрепляя и углубляя знания, в то же время должны всемерно содействовать развитию мышления обучающихся. Наиболее успешно это достигается в том случае, когда учебное задание содержит элементы проблемности, т.е. возможность неоднозначных решений или ответов, побуждающих обучающихся самостоятельно рассуждать, искать ответы и т.п. Постановка на занятиях проблемных задач и вопросов требует соответствующей подготовки преподавателя. Готовясь к занятию, он должен заранее наметить все вопросы,

имеющие проблемный характер, продумать четкую их формулировку и оптимальные варианты решения с активным участием обучаемых.

В современных условиях перед студентом стоит важная задача – научиться работать с массивами информации. Обучающимся необходимо развивать в себе способность и потребность использовать доступные информационные возможности и ресурсы для поиска нового знания и его распространения. Для достижения этой цели, в вузе организуется самостоятельная работа обучающихся. Кроме того, современное обучение предполагает, что существенную часть времени в освоении учебной дисциплины обучающийся проводит самостоятельно.

Завершающим этапом самостоятельной работы является подготовка к сдаче зачёта с оценкой (7 семестр) и экзамена (8 семестр) по дисциплине, предполагающая интеграцию и систематизацию всех полученных при изучении учебной дисциплины знаний.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

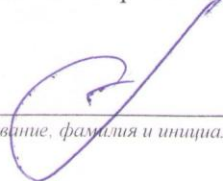
Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №8 «Прикладная математика и информатика»

« 15 » сентября 2021 года, протокол № 2

Разработчики:

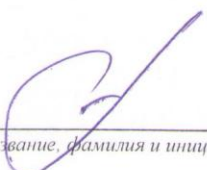
к.ф.-м.н., доцент  Платонов А.В.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)

И. о. заведующего кафедрой № 8 «Прикладная математика и информатика»

д.т.н., доцент  Костин Г.А.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

д.т.н., доцент  Костин Г.А.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета « 20 » октября 2021 года, протокол № 2.