



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор

/ Ю.Ю. Михальчевский

« 23 »

2022 года

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Высшая математика**

Направление подготовки:  
**23.03.01 Технология транспортных процессов**

Направленность программы (профиль):  
**Транспортная логистика**

Квалификация выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**заочная**

Санкт-Петербург  
2022

## 1 Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» является формирование основных знаний по математике и умений использовать математический аппарат для успешной профессиональной деятельности в сфере организации перевозочного процесса в транспортной отрасли.

Задачами освоения дисциплины являются:

- формирование у студентов системы знаний, умений и навыков для решения математических задач;
- обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирования опыта математической деятельности в ходе решения прикладных задач, специфических для области профессиональной деятельности;
- стимулирование самостоятельной деятельности студентов по освоению содержания дисциплины, формирования необходимых компетенций.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к производственно-технологическому виду профессиональной деятельности.

## 2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Высшая математика» представляет собой дисциплину, относящуюся к Обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули).

Дисциплина «Высшая математика» является обеспечивающей для дисциплин: «Инструментальные средства моделирования транспортно-логистических процессов», «Грузоведение», «Исследование операций на транспорте».

Дисциплина изучается в 1 и 2 семестрах.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
<b>ОПК-1</b>	<b>Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</b>
ИД <sup>2</sup> <sub>ОПК1</sub>	Знает и применяет методы математического анализа, моделирует производственные процессы в сфере транспорта

Планируемые результаты изучения дисциплины:

Знать:

- методы математического анализа и моделирования;

Уметь:

- применять систему фундаментальных знаний, методы математического анализа для организации, планирования и управления производственными процессами в сфере транспорта;

Владеть:

- методами классификации и интерпретации информации; методами моделирования производственных процессов в сфере транспорта.

#### 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часа.

Наименование	Всего часов	Семестры	
		1	2
Общая трудоемкость дисциплины	252	108	144
Контактная работа:	12,8	4,3	8,5
лекции	4	2	2
практические занятия	6	2	4
семинары	–	–	–
лабораторные работы	–	–	–
курсовой проект (работа)	–	–	–
Самостоятельная работа студента	229	100	129
Промежуточная аттестация:	13	4	9
контактная работа	2,5	0,3	2,5
самостоятельная работа по подготовке к зачету, экзамену	10,2	3,7 зачет	6,5 экзамен

## 5 Содержание дисциплины

### 5.1 Соотнесения тем дисциплины и формируемых компетенций

Темы дисциплины	Количество часов	Компетенции	Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК-1		
<b>Семестр 1</b>				
Тема 1. Элементы линейной алгебры	23	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Тема 2. Аналитическая геометрия	20,8	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Тема 3. Введение в математический анализ	35	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	35,2	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Итого за семестр 1	104			
Промежуточная аттестация	4			
Всего за семестр 1	108			
<b>Семестр 2</b>				
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной	34,5	+	Л,ПЗ, СРС	КР
Тема 6. Функции нескольких переменных	33,4	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	33,6	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Тема 8. Ряды	33,5	+	Л, ПЗ, СРС	КР
Итого за семестр 2	135			
Промежуточная аттестация	9			
Всего за семестр 2	144			
Итого по дисциплине	252			

Сокращения: Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, КР – контрольная работа.

## 5.2 Темы дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КР	Всего часов
<b>Семестр 1</b>							
Тема 1. Элементы линейной алгебры	0,4	0,6	–	–	22	–	23
Тема 2. Аналитическая геометрия	0,4	0,4	–	–	20	–	20,8
Тема 3. Введение в математический анализ	0,6	0,4	–	–	34	–	35
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	0,6	0,6	–	–	34	–	35,2
Итого за 1 семестр	2	2	–	–	100	–	104
Промежуточная аттестация							4
Всего за 1 семестр							108
<b>Семестр 2</b>							
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной	0,5	1	–	–	33	–	34,5
Тема 6. Функции нескольких переменных	0,4	1	–	–	32	–	33,4
Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	0,6	1	–	–	32	–	33,6
Тема 8. Ряды	0,5	1	–	–	32	–	33,5
Итого за 2 семестр	2	4	–	–	129	–	135
Промежуточная аттестация							9
Всего за 2 семестр							144
Всего по дисциплине							252

Сокращения: Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, С – семинар, ЛР – лабораторная работа, СРС – самостоятельная работа студента, КР – курсовая работа.

## 5.3 Содержание дисциплины

### Тема 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Действия над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядков. Основные свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Теорема разложения определителя. Вычисление определителей  $n$ -ого порядка. Обратная матрица. Правило вычисления обратной матрицы.

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера. Метод Гаусса.

### Тема 2. Аналитическая геометрия

Прямая на плоскости: уравнения прямой линии на плоскости. Взаимное расположение точек и прямых на плоскости.

Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола, их канонические уравнения.

### **Тема 3. Введение в математический анализ**

Функция одной переменной. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Неопределенные выражения (неопределенности). Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции, их классификация.

### **Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

Производная функции, её геометрический и механический смыслы. Правило дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Правило Лопиталя.

Исследование функции методами дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Экстремумы функции (определения, необходимое и достаточное условия). Выпуклость функции. Точки перегиба (определение, необходимое и достаточное условия). Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построение её графика.

### **Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной**

Первообразная. Неопределенный интеграл. Замена переменной. Интегрирование по частям.

Разложение дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям. Геометрические приложения определенного интеграла.

### **Тема 6. Функции нескольких переменных**

Функции нескольких переменных. Дифференцирование функции двух переменных. Полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функции двух переменных.

### **Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Комплексные числа, действия над ними, геометрическое представление.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Основные типы и методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

## Тема 8. Ряды

Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость знакочередующихся рядов. Признак Лейбница.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов к приближенным вычислениям.

### 5.4 Практические занятия

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (часы)
Семестр 1		
1	Матрицы и определители	0,2
1	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	0,4
2	Аналитическая геометрия на плоскости	0,4
3	Пределы	0,4
4	Производная функции одной переменной	0,3
4	Исследование функции и построение её графика	0,3
Итого за 1 семестр		2
Семестр 2		
5	Неопределенные интегралы	0,5
5	Определенные интегралы	0,5
6	Функция двух переменных	0,8
7	Комплексные числа	0,2
7	Дифференциальные уравнения	1,0
8	Числовые ряды	0,5
8	Функциональные ряды	0,5
Итого за 2 семестр		4
Итого по дисциплине		6

### 5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

### 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
1 семестр		
1	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по кон-	22

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудо-емкость (часы)
	спекту, учебной и методической литературе [1, 2, 3]. 2. Выполнение контрольной работы № 1.	
2	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 2, 4]. 2. Выполнение контрольной работы № 2.	20
3	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 4]. 2. Выполнение контрольной работы № 3.	34
4	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 2, 4, 5]. 2. Выполнение контрольной работы № 4.	34
Итого за 1 семестр		100
2 семестр		
5	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 2, 5]. 2. Выполнение контрольной работы № 5.	33
6	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 3]. 2. Выполнение контрольной работы № 6.	32
7	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 2, 3, 5]. 2. Выполнение контрольной работы № 7.	32
8	1. Изучение теоретического материала, составление конспекта. Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе [1, 3, 5]. 2. Выполнение контрольной работы № 8.	32
Итого за 2 семестр		129
Итого по дисциплине		229

### 5.7 Курсовые работы

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

### 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:



1 Письменный, Д.Т. **Конспект лекций по высшей математике: полный курс** [Текст] / Д.Т. Письменный. – 11-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2013. – 608 с. – ISBN 978-5-8112-4867-7. Количество экземпляров 100.

2 Родионова, В.А. **Высшая математика. Ч.3: Обыкновенные дифференциальные уравнения и ряды** [Текст]: учебное пособие / В.А. Родионова, В.Б. Орлов – СПб: ГУГА, 2011. – 116 с. Количество экземпляров 250.

3 Шипачев, В. С. **Высшая математика** [Электронный ресурс]: учебник и практикум / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3600-1. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/6DE29633-99AC-4927-B129-4FD0AB32B648](http://www.biblio-online.ru/book/6DE29633-99AC-4927-B129-4FD0AB32B648)

б) дополнительная литература:

4 Родионова, В.А. **Основы линейной алгебры. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ** [Текст]: тексты лекций для вузов / В.А. Родионова, В.Б. Орлов, Е.В. Москалева – СПб: ГУГА, 2016. – 121 с. Количество экземпляров 34.

5 Данко, П.Е. **Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1** [Текст] : учебное пособие для вузов / П.Е. Данко и др. – М.: Оникс, 2012. – 368 с. – ISBN 978-5-488-02448-9. Количество экземпляров 32.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

6 **Высшая математика - проще не бывает!** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://mathcentr.ru>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

7 **Библиотека и мини-форум сайта Mathprofi** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://mathprofi.com>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

8 **Общероссийский математический портал MathNet** [Электронный ресурс]: — Режим доступа: <http://www.mathnet.ru>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

9 **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

10 **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный (дата обращения: 21.01.2021).

## **7 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для обеспечения учебного процесса используется аудитория № 411, оснащенная компьютером, мультимедийным проектором и экраном.

Для проведения лекционных и практических занятий используются типовые компьютерные программы, демонстрационные программы, мультимедийные курсы, оформленные с помощью Microsoft Power Point.

## **8 Образовательные и информационные технологии**

В рамках изучения дисциплины используются следующие образовательные технологии: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Лекция составляет основы теоретического обучения в рамках дисциплины и направлена на систематизированное изложение накопленных и актуальных научных знаний. На лекции концентрируется внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируется активная познавательная деятельность.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение преподавателем учебного материала, который сопровождается одновременной демонстрацией слайдов, созданных в среде PowerPoint, при необходимости привлекаются открытые Интернет-ресурсы, а также демонстрационные и наглядно-иллюстрационные материалы, видеоматериалы.

Практические занятия выполняются в целях практического закрепления теоретического материала, излагаемого на лекции, отработки навыков использования пройденного материала. Практические занятия предполагают анализ ситуаций и примеров, а также исследование актуальных проблем по темам дисциплины. Главной целью практического занятия является индивидуальная, практическая работа каждого обучающегося, направленная на формирование у него компетенций, определенных в рамках дисциплины.

Самостоятельная работа студента (обучающегося) является составной частью учебной работы. Ее основной целью является формирование навыка самостоятельного приобретения знаний по некоторым не особо сложным вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, во время лекций и практических занятий, самостоятельная работа с литературой и периодическими изданиями, в том числе находящимися в глобальных компьютерных сетях.

Самостоятельная работа подразумевает поиск, анализ информации, проработку учебного материала, конспектирование материала, выполнение контрольной работы.

## **9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Уровень и качество знаний обучающихся оценивается по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Текущий контроль успеваемости включает опросы, контрольную работу.

Контрольная работа включает в себя письменные ответы на вопросы, решение типового задания.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде зачета в 1 семестре и экзамена во 2 семестре. К моменту сдачи зачета и экзамена должны быть пройдены предыдущие формы текущего контроля. Зачет и экзамен позволяют оценить уровень освоения компетенций за период изучения дисциплины.

### **9.1 Балльно-рейтинговая оценка текущего контроля успеваемости и знаний студентов**

Не применяется.

### **9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Контрольная работа оценивается:

«зачтено»: обучающийся самостоятельно правильно решает задачу, дает обоснованную оценку по итогу решения;

«не зачтено»: обучающийся отказывается от выполнения задачи или не способен ее решить самостоятельно, а также с помощью преподавателя.

### **9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине**

Написание курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

### **9.4 Контрольные вопросы для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам**

Дисциплина «Высшая математика» изучается обучающимися в 1 и 2 семестрах, в связи с этим входной контроль остаточных знаний не проводится.

## 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
I этап		
ОПК-1	ИД <sup>2</sup> <sub>ОПК1</sub>	<p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методы математического анализа и моделирования.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять систему фундаментальных знаний, методы математического анализа, линейной алгебры для организации, планирования и управления производственными процессами в сфере транспорта.</li> </ul> <p><i>Владеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– системой фундаментальных знаний по математике;</li> <li>– методами моделирования производственных процессов в сфере транспорта.</li> </ul>

### Шкалы оценивания

#### *Зачет*

«Зачет» выставляется, если ответы студента на вопросы билета изложены логически и лексически грамотно, полные и аргументированные, при этом задача решена полностью, допускаются небольшие погрешности. Студент отвечает на дополнительные вопросы. При этом допускается незначительное нарушение логики изложения материала, а также не более двух неточностей при аргументации своей позиции, неполные или неточные ответы на дополнительно заданные вопросы.

«Незачет» выставляется, если ответы студента на вопросы билета изложены не логично и лексически не грамотно, не полные и не аргументированные, задача не решена. Студент не отвечает на дополнительные вопросы.

#### *Экзамен*

Оценка 5 – «отлично» выставляется в случае, если:

- ответ построен логично в соответствии с планом;

- обнаружено максимально глубокое знание терминов, понятий, категорий, концепций и теорий;
- обнаружен аналитический подход в освещении различных концепций;
- задача решена полностью и правильно;
- сделаны содержательные выводы;
- продемонстрировано знание обязательной и дополнительной литературы;
- студент активно работал на практических занятиях, проявил творческое, ответственное отношение к обучению по дисциплине.

Оценка 4 – «хорошо» выставляется в случае, если:

- ответ построен в соответствии с планом;
- представлены различные подходы к проблеме, но их обоснование недостаточно полно;
- выдвигаемые положения обоснованы, однако наблюдается непоследовательность анализа;
- задача решена полностью и правильно;
- выводы правильны;
- продемонстрировано знание обязательной и дополнительной литературы;
- студент активно работал на практических занятиях.

Оценка 3 – «удовлетворительно» выставляется в случае, если:

- ответ недостаточно логически выстроен;
- план ответа соблюдается непоследовательно;
- недостаточно раскрыты понятия, категории, концепции, теории;
- задача решена полностью, при этом допускаются небольшие погрешности;
- продемонстрировано знание обязательной литературы;
- студент не активно работал на практических занятиях.

Оценка 2 – «неудовлетворительно» выставляется в случае, если:

- не раскрыты профессиональные понятия, категории, теории;
- научное обоснование проблем подменено рассуждениями обыденно-повседневного характера;
- ответ содержит ряд серьезных неточностей;
- задача не решена;
- выводы поверхностны или неверны;
- не продемонстрировано знание обязательной литературы;
- студент не активно работал на практических занятиях.

## **9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам обучения по дисциплине**

### **Типовые задания контрольных работ:**

1. Найти матрицу  $C = A - 4B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить произведение матриц  $A$  и  $B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 4 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ . Найти обратную матрицу.

4. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ .

5. Решить систему линейных уравнений матричным методом и методом

$$\text{Крамера: } \begin{cases} x_1 - 4x_2 = -5 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -5 \end{cases}$$

6. Проверить совместность системы уравнений. В случае совместности системы, найти ее общее решение методом Гаусса:  $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$

7. Написать уравнение прямой, которая параллельна прямой  $4x + 5y - 3 = 0$  и проходит через точку  $K(-2, 3)$ .

8. Написать уравнение прямой, которая перпендикулярна прямой  $2x - y + 11 = 0$  и проходит через точку  $K(-4, 1)$ .

9. Даны две вершины треугольника  $A(-3; 2)$ ,  $B(2; -5)$  и точка пересечения высот  $H(1, 2)$ . Написать уравнения сторон  $AB$  и  $AC$ .

10. Написать уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 4, а малая полуось равна 5. Построить эллипс.

11. Привести уравнение к каноническому виду, построить кривую, найти координаты фокусов:  $2x^2 - 3y^2 + 32x + 24y + 56 = 0$ .

12. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9x^4 + 5}{2 + 3x^2 + 4x^4}}$ ,

б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{4x - x^2}$ ,

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x^2}{3x \cdot \operatorname{tg} 9x},$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x+1}\right)^{7x}.$$

13. Исследовать функцию  $f(x) = 4^{\frac{1}{2-x}}$  на непрерывность в точках  $x_1 = 0$  и  $x_2 = 2$ .

14. Найти точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$

15. Найти производные функций

$$а) y = 2 \operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{arctg}(4x), \quad б) y = x^{\operatorname{arcsin} x}, \quad в) \begin{cases} x = t^3 + 8t, \\ y = t^5 + 2t. \end{cases}$$

16. Найти производные второго порядка

$$а) y = e^{-x^2}, \quad б) y = \ln(2x-3).$$

17. Написать уравнения касательной и нормали к кривой  $y = x^2 + 5x - 1$  в точке  $M(1, 5)$ .

18. Исследовать функцию и построить ее график:

$$1) y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1; \quad 2) y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}.$$

19. Найти неопределенные интегралы

$$1) \int \frac{e^{3x} - 1}{e^x} dx, \quad 4) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 1}} dx,$$

$$2) \int (2x+5) \cos 2x dx, \quad 5) \int \frac{dx}{\sqrt{3+4x-2x^2}},$$

$$3) \int \ln^2 x dx, \quad 6) \int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}.$$

20. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей:

$$1) \int \frac{x^4 - 3x^2}{x-3} dx, \quad 3) \int \frac{x}{(x^2-1)(x-2)} dx,$$

$$2) \int \frac{2x^2-1}{x^2-x+1} dx, \quad 4) \int \frac{3x^2+8}{x^3+4x^2+4x} dx.$$

21. Вычислить определенные интегралы:

$$1) \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^2}, \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx, \quad 3) \int_0^1 x e^{-x} dx.$$

22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 4x$  и  $x - y - 3 = 0$ .

23. Найти длину дуги кривой  $y = \ln x$ , если  $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ .

24. Найти область определения функции  $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$ , изобразить ее на координатной плоскости.

25. Найти частные производные 1-го порядка функций:  $z = x^2 y + y^2 x$ ,  
 $z = \sin(x + 3y)$ ,  $z = \ln \frac{x}{y} + x^3 - y^3$

26. Найти полный дифференциал функции  $z = \cos(x^2 - y^2)$ .

27. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 5x - 10y$ .

28. Изобразить число  $z = 1 - i\sqrt{3}$  на комплексной плоскости, записать в тригонометрической и показательной формах.

29. Вычислить:  $\frac{4 - 3i}{4 + 3i}$ .

30. Решить уравнение:  $x^2 + x + 2 = 0$ .

31. Найти общее решение дифференциального уравнения  $(1+x)ydx = (2+y)xdy$ .

32. Найти частное решение уравнения  $y' + y = e^{-x}$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 2$ .

33. Найти общее решение уравнения:  $y'' - 4y' + 3y = 0$ .

34. Исследовать сходимость рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{4n^2+n+2}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n+2}.$$

35. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n-1)4^n}$ .

36. Разложить в степенной ряд функцию  $y = \sin \frac{\pi x}{4}$  в окрестности точки  $x = 2$ , найти интервал сходимости ряда.



## Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины (зачет)

1. Что такое матрица? Как определяется ее размер? Перечислить основные виды матриц.
2. Сформулировать правило перемножения матриц. В каких случаях возможно перемножение двух матриц?
3. Дать определение минора матрицы  $k$ -го порядка.
4. Что называется базисным минором матрицы? Сколько в матрице базисных миноров?
5. Дать определение ранга матрицы. В чем суть метода элементарных преобразований для нахождения ранга матрицы?
6. Дать определение линейной комбинации строк. Какие строки называются линейно независимыми?
7. Какая существует связь между рангом матрицы и линейно независимыми строками матрицы? . Какие строки и столбцы называются базисными ?
8. Что такое определитель матрицы ? Перечислить основные свойства определителя.
9. Сформулировать правило вычисления определителя  $n$ -го порядка.
10. Сформулировать теорему Кронекера-Капелли.
11. Сформулировать правило Крамера.
12. В чем состоит метод Гаусса для решения систем уравнений?
13. Чем определяется выбор и количество базисных неизвестных при решении системы уравнений? Какие неизвестные называются базисными, а какие свободными?
15. Дать определение функции? Что называется областью определения функции?
16. Дать определение предела функции в точке? Пояснить определение рисунком. Как связаны между собой понятия  $\varepsilon$ -окрестности функции и  $\delta$ -окрестности аргумента?
17. Что такое односторонний предел? Написать определения односторонних пределов функции через обозначения «*эпсилон-дельта*». Сформулировать теорему о связи односторонних пределов с пределом функции в точке.
18. Дать определение предела функции на бесконечности? Пояснить определение рисунком.
19. Какие функции называются бесконечно малыми? Приведите примеры б.м.ф. Написать определение б. м. функции через обозначения «*эпсилон-дельта*».
20. Какие бесконечно малые функции называются эквивалентными? Приведите примеры.
21. Какие функции называются бесконечно большими? Написать определение б. б. функции через обозначения «*эпсилон-дельта*». Сформулировать теорему о связи функции, ее предела и бесконечно малой функции.
22. Какие пределы называют «замечательными»? Написать их.
23. Перечислить основные виды неопределенностей и рассказать характерные приемы их раскрытия.

24. Дать определения непрерывной функции (два определения). Как связано понятие непрерывности функции с понятием предела?

25. Что означает непрерывность функции справа? Привести пример функции непрерывной справа.

26. Какие различают точки разрыва функции, назвать их признаки. Приведите примеры.

27. Дать определение производной функции. В чем геометрический и механический смыслы производной? Дать определение касательной к графику функции.

28. Как связаны понятия дифференцируемости и непрерывности? Может ли непрерывная функция быть недифференцируемой? Проиллюстрировать на примере.

29. Что называется дифференциалом функции? Каково его геометрическое толкование?

30. Чему равен дифференциал переменной? На чем основано применение дифференциала к приближенным вычислениям?

31. Сформулировать правило Лопиталю. Какие виды неопределенностей раскрываются с помощью этого правила?

32. Какие функции называются возрастающими, убывающими, монотонными? Приведите примеры. Сформулировать необходимое и достаточное условия монотонности.

33. Дать определения локального минимума и максимума функции.

34. Сформулировать необходимое условие экстремума. Почему его нельзя считать достаточным? Проиллюстрировать на примере.

35. Сформулировать достаточные условия существования экстремумов. Пояснить их смысл.

36. Указать соответствие между максимумом (минимумом) функции и знаком второй производной. Как связаны выпуклость графика функции со знаком второй производной?

37. Какой график функции называется выпуклым вверх (вниз)?

38. Что называется точкой перегиба графика функции? Сформулировать необходимые и достаточные условия для существования точки перегиба.

39. Написать выражения для нахождения вертикальной, наклонной и горизонтальной асимптот.

### Типовые расчетные задания для проведения промежуточной аттестации (зачет)

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера: 
$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$$

3. Используя теорему Кронекера-Капелли, исследовать систему уравнений на совместность. Если система совместна, найти общее решение.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 14 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 10 \end{cases}$$

4. Записать уравнение кривой второго порядка, проходящей через точку  $(1, 2)$  и имеющей асимптоты  $y = \pm \frac{1}{2}x$ .

5. Привести уравнение кривой  $y^2 - 8y - 5x + 11 = 0$  к каноническому виду, построить кривую, найти координаты фокусов.

6. Вычислить предел: 
$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{3x^2 - 13x - 10}.$$

7. Вычислить предел: 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2 - 3x^3}{5 - 3x^3} \right)^{x^3 + 10}.$$

8. Продифференцировать функцию  $y = \ln^2 \left( \frac{1-x}{3} \right).$

9. Найти точки экстремума и перегиба графика функции:  $y = x^4 e^{-2x^2}.$

10. Найти асимптоты функции:  $y = \frac{x^2}{4x^2 - 3}.$

**Перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации (экзамен)**

1. Дать определение неопределенного интеграла. Что собой представляет геометрически неопределенный интеграл?

2. В чем заключается метод интегрирования по частям? Какие функции в подынтегральном выражении рекомендуется выбирать в качестве  $u$  и  $dv$  при интегрировании по частям?

3. Что называется рациональной дробью? Какая дробь называется правильной, какая – неправильной? Перечислить основные виды простейших дробей?

4. Как интегрируются простейшие дроби?

5. Что называется определенным интегралом от функции  $f(x)$  по промежутку  $[a, b]$ ? (сформулировать определение). Написать формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
6. Какова геометрическая интерпретация определенного интеграла? Сформулируйте свойства определенного интеграла относительно: а) его оценки, б) его абсолютного значения.
7. Дать определение функции нескольких переменных (ФНП). Что означает явное и неявное задание ФНП? Что собой представляет геометрически функция двух переменных, ее область определения?
8. Сформулировать правило нахождения частной производной функции нескольких переменных. Назвать необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
9. Написать формулы для нахождения частных производных для функции двух переменных, заданной в неявном виде.
10. Написать дифференциал функции двух переменных. Каково условие его существования?
11. Написать формулу применения дифференциала в приближенных вычислениях для функции двух переменных.
12. Дать определение локального экстремума функции двух переменных. Что такое критическая точка? Что такое стационарная точка?
13. Сформулировать необходимое и достаточное условия существования экстремума функции двух переменных.
14. Написать три формы комплексного числа. Как комплексное число изображается на плоскости?
15. Что такое модуль и аргумент комплексного числа? Написать формулы для их нахождения.
16. Дать определение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
17. Что называется решением дифференциального уравнения? Что такое интегральная кривая? Семейство интегральных кривых?
18. Что такое общее и частное решения дифференциального уравнения?
19. Что представляют собой начальные условия? Для чего они необходимы при нахождении решений дифференциальных уравнений?
20. Сформулировать задачу Коши. Что собой представляет геометрически решение задачи Коши?
21. Записать в общем виде основные типы ДУ первого порядка. Рассказать методы, используемые для их решения.
22. Дать определение линейного ДУ  $n$ -го порядка, записать его в общем виде. Какое дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка называется линейным однородным, записать его в общем виде.
23. Какие функции называются линейно зависимыми? Что такое фундаментальная система решений?
24. Записать в общем виде определитель Вронского. Для чего он используется?

26. Какой метод используется для построения фундаментальной системы решений? В чем суть этого метода?
27. Что такое характеристическое уравнение для ДУ? Как зависит общее решение однородного ДУ второго порядка от корня характеристического уравнения? Записать частные решения для возможных значений  $k$ .
28. Что такое числовой ряд? Какой ряд называется сходящимся? К чему стремится остаток сходящегося ряда?
29. Что называется остатком ряда? Перечислить свойства сходящихся рядов, ряда и его остатка.
30. Какие ряды используются в качестве «эталонных» при исследовании на сходимость с помощью признаков сравнения?
31. Сформулировать признак сравнения в обычной и предельной формах.
32. Сформулировать признак сходимости Даламбера и радикальный признак Коши.
33. В чем состоит достаточный признак сходимости для знакопеременных рядов? Почему этот признак является только достаточным, но не является необходимым?
34. Какие ряды исследуют на абсолютную и условную сходимость? Что означает «ряд сходится условно»?
35. В чем суть признака Лейбница? Для исследования сходимости каких рядов он используется?
36. Что такое функциональный ряд? Что понимается под областью сходимости функционального ряда?
37. Какие ряды называются степенными? Написать общую формулу степенного ряда.
38. Сформулировать теорему Абеля о сходимости степенных рядов.
39. По каким формулам находят радиус сходимости степенного ряда? Как находится интервал сходимости степенного ряда?

### Типовые расчетные задания для проведения промежуточной аттестации (экзамен)

1. Найти первообразную неопределенного интеграла:  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x-1}$ .
2. Найти первообразную неопределенного интеграла:  $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 8}{x(x+2)^3} dx$ .
3. Вычислить интеграл:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$ .
4. Вычислить интеграл:  $\int_0^3 \frac{x+5}{e^x} dx$ .
5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = 5x$ ,  $y = x^2 + 4x$ .

6. Найти и изобразить область определения функции:  $z = \arcsin \frac{x-y}{\sqrt{x}}$ .
7. Исследовать на экстремум функцию:  $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ .
8. Решить дифференциальное уравнение:  $3(xy' + y) = xy^2$ ,  $y(1) = 3$ .
9. Найти общее решение дифференциального уравнения:  $y'' + 2y' + 5y = 0$ .
10. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовой ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3^n + n^2}.$$

11. Исследовать на сходимость ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^4 + 3}{n^3 + 4n}} (x + 2)^n$ .

## 10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение дисциплины «Высшая математик» обучающимися организуется в виде лекций, практических занятий и самостоятельной работы. Продолжительность изучения дисциплины – два семестра. Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в виде зачета в 1 семестре и экзамена во 2 семестре.

Основными видами аудиторной работы студентов являются лекции и практические занятия (п. 5.2, 5.3, 5.4). В ходе лекции преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия, а также соответствующие теоретические и практические проблемы, дает задания и рекомендации для практических занятий, а также указания по выполнению обучающимися самостоятельной работы.

Задачами лекций являются:

- ознакомление обучающихся с целями, задачами и структурой дисциплины, ее местом в системе наук и связями с другими дисциплинами;
- краткое, но, по существу, изложение комплекса основных научных понятий, подходов, методов, принципов данной дисциплины;
- краткое изложение наиболее существенных положений, раскрытие особенно сложных, актуальных вопросов, освещение дискуссионных проблем;
- определение перспективных направлений дальнейшего развития научного знания в данной области.

Значимым фактором полноценной и плодотворной работы обучающегося на лекции является культура ведения конспекта. Слушая лекцию, необходимо научиться выделять и фиксировать ее ключевые моменты, записывая их более четко и выделяя каким-либо способом из общего текста.

Качественно сделанный конспект лекций поможет обучающемуся в процессе самостоятельной работы и при подготовке к сдаче зачета и экзамена.

Практические занятия по дисциплине проводятся в соответствии с п. 5.4. Цели практических занятий: закрепить теоретические знания, полученные студентом на лекциях и в результате самостоятельного изучения соответствующих разделов рекомендуемой литературы; приобрести начальные практические умения и навыки.

Темы практических занятий (п. 5.4) заранее сообщаются обучающимся для того, чтобы они имели возможность подготовиться и проработать соответствующие теоретические вопросы дисциплины. В начале каждого практического занятия преподаватель кратко доводит до обучающихся цели и задачи занятия, обращая их внимание на наиболее сложные вопросы по изучаемой теме. В рамках практического занятия могут проведены: опрос, контрольная работа (п. 9.6).

Современное обучение предполагает, что существенную часть времени при освоении учебной дисциплины обучающийся проводит самостоятельно. Такой метод обучения способствует творческому овладению обучающимися специальными знаниями и навыками. Обучающимся необходимо развивать в себе способность работать с массивами информации и потребность использовать доступные информационные возможности и ресурсы для поиска нового знания и его распространения.

Самостоятельная работа студента включает в себя (п. 5.6):

– самостоятельный поиск, анализ информации, проработка учебного материала, конспектирование материала;

– выполнение контрольной работы (типовые контрольные задания в п. 9.6).

Завершающим этапом самостоятельной работы является подготовка к сдаче зачета и экзамена. Примерные теоретические и практические вопросы, выносимые на зачет и экзамен по дисциплине «Высшая математика» приведены в п. 9.6.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 23.03.01 «Технология транспортных процессов».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры № 30 «Интермодальных перевозок и логистики»

« 17 » мая 2022 года, протокол № 11

Разработчики:

к. ф.-м. н., доцент



Грунина Н.А.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)*

Заведующий кафедрой № 4 «Высшей математики»

к.э.н., доцент



Черняк Т.А.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)*

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

к.т.н., доцент



Иванова Н.В.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета « 22 » июня 2022 года, протокол № 9.