



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ ИМЕНИ
ГЛАВНОГО МАРШАЛА АВИАЦИИ А.А. НОВИКОВА»**

УТВЕРЖДАЮ
Ректор
Ю.Ю. Михальчевский
« 11 » октябрь 2023 года



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

Специальность

**25.05.05 Эксплуатация воздушных судов и организация
воздушного движения**

Специализация

«Организация радиотехнического обеспечения полетов воздушных судов»

Квалификация выпускника
инженер

Форма обучения
очная

Санкт-Петербург
2023

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» является формирование у студентов следующего комплекса знаний и умений:

- систематические знания математической символики и математических методов для решения типовых профессиональных задач;
- систематические знания по основным разделам математики: линейной алгебре, векторной алгебре, аналитической геометрии в пространстве, дифференциальному и интегральному исчислению, теории дифференциальных уравнений, теории числовых и функциональных рядов, теории вероятностей;
- знание основных математических понятий и методов решения задач в рамках изучаемых разделов;
- формирование знаний, умений, навыков и компетенций для успешной профессиональной деятельности в области обеспечения авиационной безопасности.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основных математических понятий и методов, используемых для решения профессиональных задач;
- изучение свойств и взаимосвязей изучаемых математических объектов;
- изучение основных алгоритмов типовых аналитических и численных методов решения математических задач;
- формирование навыков расчета основных характеристик изучаемых математических объектов;
- формирование представлений о применении математического аппарата в прикладных задачах;
- формирование представлений о роли математики в науке и техническом прогрессе.

Дисциплина «Высшая математика» обеспечивает подготовку обучающегося к решению задач профессиональной деятельности эксплуатационно-технологического типа.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Высшая математика» представляет собой дисциплину, относящуюся к Обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули).

Дисциплина «Высшая математика» является обеспечивающей для дисциплин: «Физика», «Обработка результатов эксперимента», «Электротехника и электроника». «Теория радиотехнических цепей и сигналов», «Общая теория радиоэлектронных систем».

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 и 4 семестрах.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины «Высшая математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
ОПК-10	Способен использовать основные законы математических и естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, в том числе с использованием программных средств
ИД ¹ _{ОПК10}	Знает и понимает основные законы математики и естественных наук и важность их использования в профессиональной деятельности
ИД ² _{ОПК10}	Использует основные законы математики и естественных наук, в том числе для решения профессиональных задач, применяет стандартные программные средства
ОПК-11	Способен использовать основные понятия, принципы, законы и закономерности общей и прикладной теории систем для решения задач профессиональной деятельности
ИД ¹ _{ОПК11}	Знает основные понятия, принципы, законы и закономерности общей и прикладной теории систем, понимает важность их использования в профессиональной деятельности
ИД ² _{ОПК11}	Использует понятия, принципы, законы и закономерности общей и прикладной теории систем для решения задач профессиональной деятельности.

Планируемые результаты изучения дисциплины:

Знать:

- основные понятия, методы и законы математического анализа, линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии;
- основные понятия, методы и законы теории дифференциальных уравнений;
- основные понятия, методы и законы теории числовых и функциональных рядов;
- основные понятия, методы и законы теории вероятностей;
- основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач и последовательность действий для решения этих задач;
- методы решения функциональных и вычислительных задач и последовательность действий для решения этих задач;

- основные математические методы решения профессиональных задач и последовательность действий для решения этих задач.

Уметь:

- использовать математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов с целью формирования целостного представления об объектах;
- оценивать и выбирать оптимальные способы решения профессиональных задач с использованием методов математического анализа, линейной и векторной алгебры;
- решать типовые задачи по основным разделам курса, используя методы математического анализа;
- применять математические методы и законы при решении типовых профессиональных задач;
- приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

Владеть:

- навыками выбора оптимальных способов решения задач по основным разделам курса;
- навыками применения основных законов математики для решения поставленных задач.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины	468	72	144	144	108
Контактная работа	229,6	42,3	74,5	56,3	56,5
лекции,	96	14	36	28	18
практические занятия,	128	28	36	28	36
семинары,					
лабораторные работы,					
курсовой проект (работа)					
другие виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа студента	154	21	36	79	18
Контрольные работы					
в том числе контактная работа					
Промежуточная аттестация	90	9	36	9	36

контактная работа	5,6	0,3	2,5	0,3	2,5
самостоятельная работа по подготовке к (зачету, экзамену)	84,4	8,7 зачет	33,5 экзамен	8,7 зачет	33,5 экзамен

5. Содержание дисциплины

5.1. Соотнесения тем дисциплины и формируемых компетенций

Темы дисциплины	Количество часов	Компетенции		Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК-10	ОПК-11		
1 семестр					
Тема 1. Элементы линейной алгебры	27	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 2. Элементы векторной алгебры	9	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 3. Аналитическая геометрия	27	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Итого за 1 семестр	63				
2 семестр					
Тема 4. Введение в математический анализ	18	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	42	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 6. Интегральное исчисление	48	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Итого за 2 семестр	108				
3 семестр					
Тема 7. Функции нескольких переменных	38	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 8. Комплексные числа.	10	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 9. Дифференциальные уравнения	87	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Итого за 3 семестр	135				
4 семестр					
Тема 10. Числовые и степенные ряды.	50	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Тема 11. Ряды Фурье	22	*	*	Л, ПЗ, СРС	ИЗ, У
Итого за 4 семестр	72				

Промежуточная аттестация	90				
Итого по дисциплине	468				

Сокращения: Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ИЗ – индивидуальное задание, У – устный опрос.

5.2. Темы дисциплины и виды занятий

Наименование темы дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего часов
Тема 1. Элементы линейной алгебры	6	12		9	27
Тема 2. Элементы векторной алгебры	2	4		3	9
Тема 3. Аналитическая геометрия	6	12		9	27
Итого за 1 семестр	14	28		21	63
Тема 4. Введение в математический анализ	6	6		6	18
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	14	14		14	42
Тема 6. Интегральное исчисление	16	16		16	48
Итого за 2 семестр	36	36		36	108
Тема 7. Функции нескольких переменных	8	10		20	38
Тема 8. Комплексные числа	2	2		6	10
Тема 9. Дифференциальные уравнения	18	16		53	87
Итого за 3 семестр	28	28		79	135
Тема 10. Числовые и степенные ряды	12	26		12	50
Тема 11. Ряды Фурье	6	10		6	22
Итого за 4 семестр	18	36		18	72
Промежуточная аттестация					90
Итого по дисциплине	96	128		154	468

Сокращения: Л – лекции, ПЗ – практические занятия, СРС – самостоятельная работа студента, ЛР – лабораторные работы.

5.3 Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Действия над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядков. Основные свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение.

Теорема разложения определителя. Вычисление определителей n -ого порядка. Обратная матрица. Правило вычисления обратной матрицы.

Матричная форма записи и решения системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение системы n линейных уравнений с m неизвестными методом Гаусса. Исследование систем линейных уравнений. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Сопряженное пространство и тензоры.

Тема 2. Элементы векторной алгебры

Декартов базис. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами. Направляющие косинусы векторов. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Геометрические и физические приложения векторов.

Тема 3. Аналитическая геометрия

Уравнение линии в декартовой и полярной системах координат. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их геометрические свойства и канонические уравнения.

Уравнения плоскости и прямой линии в пространстве. Взаимное расположение точек, плоскостей и прямых в пространстве. Поверхности второго порядка их свойства и канонические уравнения.

Тема 4. Введение в математический анализ

Функция одной переменной. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Неопределенные выражения (неопределенности).

Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых.

Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции, их классификация.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная функции, её геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций.

Дифференциал функции и его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя. Исследование функции методами

дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Экстремумы функции (определения, необходимое и достаточное условия).

Выпуклость функции. Точки перегиба (определение, необходимое и достаточное условия). Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построение её графика.

Тема 6. Интегральное исчисление

Первообразная. Неопределенный интеграл. Замена переменной. Интегрирование по частям.

Разложение дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям. Геометрические приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 7. Функции нескольких переменных

Определение функции нескольких переменных. Дифференцирование функции двух переменных. Полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент функции.

Понятие экстремума функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области (глобальные экстремумы).

Двойные интегралы. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Геометрическое приложение двойного интеграла. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, свойства, вычисление.

Тема 8. Комплексные числа. Функции от комплексного переменного.

Простейшие свойства комплексных чисел, их геометрическое представление. Сопряженные комплексные числа. Действия с комплексными числами. Формула Эйлера.

Тема 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Основные типы и методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида.

Операционное исчисление. Преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Решение дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления. Свёртка функций. Теорема умножения.

Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.

Тема 10. Числовые и степенные ряды

Основные понятия теории числовых рядов. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Геометрический и гармонический ряды. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения, алгебраические признаки Даламбера и Коши, интегральный признак Коши.

Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда с произвольными членами.

Основные понятия теории функциональных рядов. Точки сходимости и область сходимости функционального ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда. Методы определения области сходимости.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Основные свойства сходящихся степенных рядов.

Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Примеры разложения элементарных функций в степенные ряды.

Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.

Тема 11. Ряды Фурье

Ортогональная система функций. Тригонометрические ряды Фурье для функций с периодом 2π . Теорема Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций с периодом 2π . Физическое истолкование разложения функции в ряд Фурье.

5.4 Практические занятия

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (часы)
1 семестр		
1	Практическое занятие №1. Матрицы. Действия над матрицами.	2
1	Практическое занятие №2. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Вычисление определителя n-го порядка.	2
1	Практическое занятие №3. Обратная матрица.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудо-емкость (часы)
1	Практическое занятие №4. Матричный метод решения СЛАУ.	2
1	Практическое занятие №5. Решение СЛАУ методом Крамера.	2
1	Практическое занятие №6. Ранг матрицы. Метод Гаусса.	2
2	Практическое занятие №7. Векторы. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов.	2
2	Практическое занятие №8. Векторное и смешанное произведения векторов.	2
3	Практическое занятие №9. Уравнения прямой на плоскости.	2
3	Практическое занятие №10. Уравнения прямой на плоскости.	2
3	Практическое занятие №11. Кривые второго порядка.	2
3	Практическое занятие №12. Уравнения плоскости в пространстве.	2
3	Практическое занятие №13. Уравнения прямой в пространстве.	2
3	Практическое занятие №14. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.	2
Итого за 1 семестр		28
2 семестр		
4	Практическое занятие №15. Вычисление пределов функции. Раскрытие неопределенностей $[0/0]$, $[\infty/\infty]$.	2
4	Практическое занятие № 16. Вычисление пределов функции. Первый и второй замечательные пределы.	2
4	Практическое занятие №17. Непрерывность функции. Точки разрыва функции.	2
5	Практическое занятие №18. Дифференцирование функции одной переменной с использованием таблицы производных и правил дифференцирования.	2
5	Практическое занятие №19. Дифференцирование сложной функции.	2
5	Практическое занятие №20. Дифференцирование неявной функции одной переменной. Логарифмическое дифференцирование.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (часы)
5	Практическое занятие №21. Дифференцирование параметрических функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталья.	2
5	Практическое занятие №22. Исследование функций на монотонность и выпуклость. Экстремумы. Точки перегиба.	2
5	Практическое занятие №23. Асимптоты графиков функций. Исследование функций с помощью производных и построение их графиков.	2
5	Практическое занятие №24. Применение построения графиков функций при решении практических задач.	2
6	Практическое занятие №25. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование.	2
6	Практическое занятие №26. Подведение под знак дифференциала, метод замены переменной.	2
6	Практическое занятие №27. Интегрирование по частям.	2
6	Практическое занятие №28. Интегрирование рациональных дробей.	2
6	Практическое занятие №29. Интегрирование тригонометрических выражений.	2
6	Практическое занятие №30. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	2
6	Практическое занятие №31. Интегрирование по частям. Геометрические приложения определенного интеграла.	2
6	Практическое занятие №32. Несобственные интегралы. Приближенное вычисление определенного интеграла.	2
Итого за 2 семестр		36
3 семестр		
7	Практическое занятие №33. Область определения функции двух переменных. Частные производные первого и высших порядков. Полный дифференциал функции.	2
7	Практическое занятие №34. Дифференцирование неявных функций одной и нескольких переменных.	2
7	Практическое занятие №35. Экстремумы функции двух переменных	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудо-емкость (часы)
7	Практическое занятие №36. Двойные интегралы. Вычисление двойного интеграла. Тройные интегралы. Вычисление тройного интеграла.	2
7	Практическое занятие №37. Криволинейные интегралы. Вычисление криволинейного интеграла 1-го и 2-го рода.	2
8	Практическое занятие №38. Комплексные числа. Действия с комплексными числами. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы.	2
9	Практическое занятие №39. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.	2
9	Практическое занятие №40. Однородные ДУ первого порядка.	2
9	Практическое занятие №41. Линейные неоднородные ДУ 1 порядка.	2
9	Практическое занятие №42. ДУ в полных дифференциалах.	2
9	Практическое занятие №43. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка.	2
9	Практическое занятие №44. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	2
9	Практическое занятие №45. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида.	2
9	Практическое занятие №46. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	2
Итого за 3 семестр		28
4 семестр		
10	Практическое занятие №47. Определение числового ряда. Сходимость и сумма ряда.	2
10	Практическое занятие №48. Числовой ряд. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Геометрический и гармонический ряды.	2
10	Практическое занятие №49. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.	2

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудо-емкость (часы)
10	Практическое занятие №50. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами. Признак Даламбера и Коши.	2
10	Практическое занятие №51. Знакопеременные и знакопериодические ряды. Признак Лейбница.	2
10	Практическое занятие №52. Знакопеременные и знакопериодические ряды. Абсолютная и условная сходимость.	2
10	Практическое занятие №53. Область сходимости функционального ряда.	2
10	Практическое занятие №54. Область сходимости степенных рядов.	2
10	Практическое занятие №55. Разложение функции в степенной ряд Тейлора.	2
10	Практическое занятие №56. Разложение функции в степенной ряд Маклорена .	2
10	Практическое занятие №57. Приближенное вычисление значения функции.	2
10	Практическое занятие №58. Приближенное вычисление определенного интеграла рядами.	2
10	Практическое занятие №59. Приближенное вычисление дифференциальных уравнений.	2
11	Практическое занятие №60. Тригонометрические ряды Фурье.	2
11	Практическое занятие №61. Тригонометрические ряды Фурье для периодической функции с периодом 2π .	2
11	Практическое занятие №62. Тригонометрические ряды Фурье для четных и нечетных функций.	2
11	Практическое занятие №63. Тригонометрические ряды Фурье для периодической функции с произвольным периодом.	2
11	Практическое занятие №64. Гармонический анализ функций с помощью рядов Фурье. Физическое применение разложения функции в ряд Фурье.	2
Итого за 4 семестр		36
Итого по дисциплине		128

5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудо-емкость (часы)
1 семестр		
1	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 1-6. Действия и операции над матрицами, вычисление определителей, нахождение обратной матрицы, решение систем линейных алгебраических уравнений [1, 2, 4].	9
2	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 7-8. Действия и операции над векторами [1, 2, 4].	3
3	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Изучение темы дисциплины, составление конспекта по вопросам: поверхности второго порядка. Решение ИЗ № 9-14. Уравнение прямой на плоскости, уравнения плоскости и прямой в пространстве, применение векторной алгебры к задачам аналитической геометрии [1, 2, 4].	9
Итого за 1 семестр		21
2 семестр		
4	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 15-17. Вычисление пределов и исследование функции на непрерывность [1, 2, 4].	6
5	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 18-22. Дифференцирование функции одной переменной, применение дифференциала к приближенным вычислениям, исследование функций и построение графиков [1, 2, 4].	14
6	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 23-27. Неопределенный интеграл, интегрирование рациональных дробей, определенный интеграл и его	16

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
	геометрические приложения, несобственные интегралы [1, 2, 4].	
Итого за 2 семестр		36
3 семестр		
7	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 28-30. Частные производные, экстремумы, геометрические приложения функции двух переменных, дифференцирование функции двух переменных, применение полного дифференциала к приближенным вычислениям, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутой области, двойные, тройные и криволинейные интегралы [1, 2, 3, 4].	20
8	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 34. Комплексные числа, действия над комплексными числами, решение уравнений с комплексными корнями [1, 2].	6
9	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 35-41. Решение ДУ первого порядка, решение ДУ высших порядков, решение линейных ДУ с постоянными коэффициентами, решение систем ДУ [1, 3, 5, 6].	53
Итого за 3 семестр		79
4 семестр		
10	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 42-46. Исследование на сходимость числовых рядов, исследование на сходимость степенных рядов, нахождение интервала сходимости [1, 3, 5]	12
11	Проработка учебного материала по конспекту, учебной и методической литературе. Решение ИЗ № 47. Разложение функции в ряд Фурье [1, 3, 5].	6
Итого за 4 семестр		18
Итого по дисциплине		154

5.7 Курсовые проекты

Курсовые проекты учебным планом не предусмотрены.

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1 Письменный Д.Т. **Конспект лекций по высшей математике: полный курс** [Текст] / Д.Т. Письменный. – 11-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2013. – 608 с. – ISBN 978-5-8112-4867-7. Количество экземпляров 128.

2 Гмурман В.Е. **Теория вероятностей и математическая статистика** [Текст]: Учебное пособие / В.Е. Гмурман. – М.: Юрайт, 2016. – 479 с. Количество экземпляров 40.

3 Данко П.Е. **Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1** [Текст]: Учебное пособие для вузов / П.Е. Данко и др. – М.: Оникс, 2012. – 368 с. – ISBN 978-5-488-02448-9. Количество экземпляров 40.

4 Данко П.Е. **Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2** [Текст]: Учебное пособие для вузов / П.Е. Данко и др. – М.: Оникс, 2012. – 448 с. Количество экземпляров 40.

5 Гмурман В.Е. **Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике** [Текст]: Учебное пособие / В.Е. Гмурман. – М.: Юрайт, 2016. – 404 с. – ISBN 978-5-9916-1266-1. Количество экземпляров 40.

б) дополнительная литература:

6 Математика: Таблица основных типов дифференциальных уравнений и методов их решения. Методические указания для студентов всех специальностей очной формы обучения [электронный ресурс] учебно-методическое пособие / Г.Б. Афанасьева. – СПб: ГУГА, 2011, – 26 с. Количество экземпляров 175.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

7 **Список российских научных журналов, размещенных на платформе eLIBRARY.RU, которые имеют открытые для всех полнотекстовые выпуски** [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_free.asp, свободный (дата обращения 27.01.2021).

8 **Список журналов открытого доступа (включая зарубежные), размещенных на платформе eLIBRARY.RU** [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://elibrary.ru/org_titles.asp, свободный (дата обращения 27.01.2021).

7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория с проектором (ауд. 411)
Электронная библиотека кафедры № 4.
Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки
СПбГУ ГА.

8 Образовательные и информационные технологии

В рамках изучения дисциплины «Высшая математика» используются следующие образовательные технологии: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Лекция – основная форма систематического, последовательного устного изложения учебного материала. Традиционная лекция составляет основу теоретического обучения в рамках дисциплины и направлена на систематизированное изложение фундаментальных основ научных знаний. На лекции концентрируется внимание обучающихся на наиболее важных вопросах изучаемой темы, стимулируется их активная познавательная деятельность.

Практические занятия по дисциплине проводятся в соответствии с учебно-тематическим планом. Практические занятия предполагают индивидуальную работу каждого обучающегося, направленную на формирование у него компетенций, определенных в рамках дисциплины «Высшая математика». Практические занятия по дисциплине «Высшая математика» являются составляющими практической подготовки обучающихся, так как предусматривают их участие в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Самостоятельная работа студента является составной частью учебной работы. Ее основной целью является формирование навыка самостоятельного приобретения знаний по некоторым вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, отработка навыков использования математических методов для решения прикладных и практических задач, самостоятельная работа со справочниками, научно-популярной литературой, в том числе находящимися в глобальных компьютерных сетях. В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Фонд оценочных средств по дисциплине «Высшая математика» предназначен для выявления и оценки уровня и качества знаний студентов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины 1 и 3 семестры зачет, итоговой аттестацией за 2 и 4 семестры - экзамен.

Фонд оценочных средств для текущего контроля включает: устные опросы, в рамках которых задаются теоретические вопросы и решаются задачи и упражнения. Устный опрос проводится на практических занятиях с целью контроля усвоения теоретического материала, излагаемого на лекции. Перечень вопросов определяется уровнем подготовки учебной группы, а также индивидуальными особенностями обучающихся.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины «Высшая математика» проводится в форме зачета и экзамена. Этот вид промежуточной аттестации позволяет оценить уровень освоения студентом компетенций за весь период изучения дисциплины.

9.1 Балльно-рейтинговая оценка текущего контроля успеваемости и знаний студентов по дисциплине

Методика балльной оценки степени освоения студентами учебного материала дисциплины «Высшая математика».

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 академических часов. Вид итогового контроля: 1 и 3 семестр – зачет, 2 и 4 семестр – экзамен.

Тема / вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковый номер недели с начала семестра)
	Минимальное значение	Максимальное значение	
1 семестр			
Тема № 1, 2, 3			
ИДЗ №1. Матрицы. Действия над матрицами.	3	5	2
ИДЗ №2. . Вычисление определителей второго и третьего порядков. Вычисление определителя n-го порядка.	3	5	3
ИДЗ №3. Обратная матрица.	3	5	3
ИДЗ №4. . Матричный метод решения СЛАУ.	3	5	4
ИДЗ №5. Решение СЛАУ методом Крамера.	3	5	5
ИДЗ №6. Ранг матрицы. Метод Гаусса.	3	5	6

Тема / вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковы й номер недели с начала семестра)
	Мини- мальное значение	Макси- мальное значение	
ИДЗ №7. Векторы. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов.	3	5	7
ИДЗ №8. Векторное и смешенное произведения векторов.	3	5	8
ИДЗ №9. Уравнения прямой на плоскости.	3	5	9
ИДЗ №10. Уравнения прямой на плоскости.	3	5	10
ИДЗ №11. Кривые второго порядка.	3	5	11
ИДЗ №12. Уравнения плоскости в пространстве.	3	5	12
ИДЗ №13. Уравнения прямой в пространстве.	3	5	13
ИДЗ №14. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.	3	5	14
Контрольная работа № 1	8	10	14
Итого баллов	50	80	
Итого по обязательным видам занятий	50	80	
Зачет	10	20	
Итого по дисциплине	60	100	
Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале			
Количество баллов по БРС	Оценка (по «академической» шкале)		
60 и более	«зачтено»		
менее 60	«не зачтено»		
2 семестр			
Тема № 4,5,6			
ИДЗ №15. Вычисление пределов функции. Раскрытие неопределенностей $[0/0]$, $[\infty/\infty]$.	3	5	2
ИДЗ №16. Вычисление пределов функции. Первый и второй замечательные пределы.	3	5	3

Тема / вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковы й номер недели с начала семестра)
	Мини- мальное значение	Макси- мальное значение	
ИДЗ №17. Непрерывность функции. Точки разрыва функции.	3	4	4
ИДЗ №18. Дифференцирование функции одной переменной и сложной функции с использованием таблицы производных и правил дифференцирования.	3	5	5
ИДЗ №19. Дифференцирование неявной функции одной переменной. Логарифмическое дифференцирование.	2	4	6
ИДЗ №20. Дифференцирование параметрических функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталья.	2	4	7
ИДЗ №21. Исследование функций на монотонность и выпуклость. Экстремумы. Точки перегиба.	3	4	8
ИДЗ №22. Асимптоты графиков функций. Исследование функций с помощью производных и построение их графиков.	3	4	9
ИДЗ №23. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Подведение под знак дифференциала, метод замены переменной.	3	5	12
ИДЗ №24. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей.	3	5	14
ИДЗ №25. Интегрирование тригонометрических выражений.	3	5	15
ИДЗ №26. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям. Геометрические приложения определенного интеграла.	3	5	17

Тема / вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковы й номер недели с начала семестра)
	Мини- мальное значение	Макси- мальное значение	
ИДЗ №27. Несобственные интегралы. Приближенное вычисление определенного интеграла.	3	5	18
Контрольная работа № 2	8	10	18
Итого по обязательным видам занятий	45	70	
Экзамен	15	30	
Итого по дисциплине	60	100	
Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале			
Количество баллов по БРС	Оценка (по «академической» шкале)		
90 и более	5 – «отлично»		
70 ÷ 89	4 – «хорошо»		
60 ÷ 69	3 – «удовлетворительно»		
менее 60	2 – «не удовлетворительно»		
3 семестр			
Тема № 7,8,9			
ИДЗ № 28. Область определения функции двух переменных. Частные производные первого и высших порядков. Полный дифференциал функции.	3	5	2
ИДЗ №29. Дифференцирование неявных функций одной и нескольких переменных..	3	5	3
ИДЗ № 30. Экстремумы функции двух переменных.	3	5	4
ИДЗ №31. Двойные интегралы. Вычисление двойного интеграла.	3	5	5
ИДЗ №32. Тройные интегралы. Вычисление тройного интеграла.	3	5	5
ИДЗ №33. Вычисление криволинейного интеграла 1-го и 2-го рода.	3	5	5

Тема / вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковы й номер недели с начала семестра)
	Мини- мальное значение	Макси- мальное значение	
ИДЗ №34. Комплексные числа. Действия с комплексными числами.	3	5	6
ИДЗ №35. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.	3	5	8
ИДЗ №36. Однородные ДУ первого порядка.	3	5	9
ИДЗ №37. Линейные неоднородные ДУ 1 порядка, ДУ в полных дифференциалах.	3	5	10
ИДЗ №38. ДУ высших порядков.	3	5	11
ИДЗ №39. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	3	5	12
ИДЗ №40. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида.	3	5	13
ИДЗ №41. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	3	5	14
Контрольная работа № 3	8	10	14
Итого по обязательным видам занятий	50	80	
Зачет	10	20	
Итого по дисциплине	60	100	
Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале			
Количество баллов по БРС		Оценка (по «академической» шкале)	
60 и более		«зачтено»	
менее 60		«не зачтено»	
4 семестр			
Тема № 10,11			

Тема / вид учебных занятий (оценочных заданий), позволяющих студенту продемонстрировать достигнутый уровень сформированности компетенций	Количество баллов		Срок контроля (порядковы й номер недели с начала семестра)
	Мини- мальное значение	Макси- мальное значение	
ИДЗ №42. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.	7	10	5
ИДЗ №43. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.	6	10	7
ИДЗ №44. Область сходимости степенных рядов.	6	10	9
ИДЗ №45. Разложение функции в степенной ряд Тейлора.	6	10	11
ИДЗ №46. Приближенные вычисления при помощи рядов Тейлора.	6	10	13
ИДЗ №47. Тригонометрические ряды Фурье .	6	10	17
Контрольная работа № 4	8	10	18
Итого по обязательным видам занятий	45	70	
Экзамен	15	30	
Итого по дисциплине	60	100	
Перевод баллов балльно-рейтинговой системы в оценку по «академической» шкале			
Количество баллов по БРС	Оценка (по «академической» шкале)		
90 и более	5 – «отлично»		
70 ÷ 89	4 – «хорошо»		
60 ÷ 69	3 – «удовлетворительно»		
менее 60	2 – «не удовлетворительно»		

9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В процессе преподавания дисциплины «Высшая математика» для промежуточного контроля обучающихся используются следующие формы:

- устный опрос в начале лекции по теме предыдущего занятия;

- оценка решения типовых задач на практических занятиях;
- оценка выполненных индивидуальных заданий.

По итогам освоения дисциплины «Высшая математика» проводится промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета (в первом и третьем семестрах) и экзамена (во втором и четвертом семестрах) и предполагает устный ответ студента по билетам на теоретические и практические вопросы из перечня.

На первом занятии преподаватель доводит до сведения обучающихся график текущего контроля освоения дисциплины и критерии оценки знаний при текущем контроле успеваемости, а также сроки и условия промежуточной аттестации.

Зачет является промежуточной формой оценивания степени сформированности соответствующих компетенций. Зачет имеет целью проверку усвоения учебного материала и полученных студентом практических навыков по пройденным темам дисциплины в первом семестре.

Зачет по дисциплине проводится в период зачетной недели 1 и 3 семестров обучения. К зачету допускаются студенты, успешно выполнившие все индивидуальные задания по учебной программе текущего семестра. Зачет проводится в письменном виде. Студенту предлагается ответить на один теоретический вопрос и решить одну задачу из списка вопросов и задач для зачета. Перечень вопросов к зачету доводится до студентов преподавателем не позднее, чем за месяц до зачетной недели.

Экзамен является заключительным этапом изучения дисциплины «Высшая математика» за соответствующий курс и имеет целью проверить и оценить уровень полученных студентами знаний, умение применять их к решению практических задач, овладение практическими навыками в объеме требований образовательной программы на промежуточном этапе формирования компетенций.

Экзамены по дисциплине проводятся в период подготовки к летней экзаменационной сессии 2 и 4 семестров обучения. К экзамену допускаются студенты, выполнившие все требования учебной программы. Экзамен принимается преподавателем, ведущим занятия в данной группе по данной дисциплине, а также лектором данного потока, в помощь, решением заведующего кафедрой могут назначаться преподаватели, ведущие занятия по данной дисциплине.

Экзамен проводится в объеме материала рабочей программы дисциплины, изученного студентами во 2 и 4 семестрах, по билетам в устной форме. Перечень вопросов и задач, выносимых на экзамен, обсуждаются на заседании кафедры и утверждаются заведующим кафедрой. Предварительное ознакомление студентов с билетами запрещается. Экзаменационные билеты содержат один вопрос по теоретической части дисциплины и две задачи.

В ходе подготовки к экзамену необходимо проводить консультации. На консультациях высказываются четко сформулированные требования, которые будут предъявляться на экзамене.

На подготовку к ответу студенту предоставляется до 30 минут. Общее время подготовки и ответа не должно превышать одного часа. В учебном классе,

где принимается экзамен, могут одновременно находиться студенты из расчета не более четырех на одного экзаменатора.

По готовности к ответу или по вызову экзаменатора студент отвечает на вопросы билета. После ответа студента экзаменатор имеет право задать ему дополнительные вопросы в объеме учебной программы.

В итоге проведенного экзамена студенту выставляется оценка. Экзаменатор несет личную ответственность за правильность выставленной оценки и оформления экзаменационной ведомости и зачетной книжки.

ИДЗ: ИДЗ является частью самостоятельной работы студента. Задание выдается после изучения соответствующей темы с указанием срока сдачи выполненной работы. Каждое задание является индивидуальным и состоит из нескольких задач.

КР: Контрольные работы состоят из 5 задач. За каждую задачу, выполненную верно, выставляется 2 балла; если допущена небольшая ошибка или верно решена большая часть задания, но решение не доведено до конца, то выставляется 1 балл; если допущена грубая ошибка или решение практически отсутствует, то выставляется 0 баллов.

Экзамен: Письменный экзамен проводится во время экзаменационной сессии согласно расписанию. В перечень вопросов к экзамену включены основные определения, формулировки теорем, формулы, задачи. Билет на экзамене содержит вопросы и задачи из списка вопросов к экзамену, при этом в задачах числовые значения заменены на другие. На подготовку ответов отводится не менее 30 минут. Во время экзамена не допускается использование конспектов, учебников и любых электронных устройств.

9.3 Темы курсовых проектов по дисциплине

Написание курсовых проектов учебным планом не предусмотрено.

9.4 Контрольные вопросы для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

Входной контроль остаточных знаний не предусмотрен.

9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
I этап		
ОПК-10	ИД ¹ _{ОПК10}	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> – математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике; – основные математические методы решения профессиональных задач; – основные алгоритмы типовых аналитических и численных методов решения математических задач; – основные понятия и методы математического анализа и моделирования; – основные приемы обработки экспериментальных данных при решении профессиональных задач; – математическую теорию динамических систем. <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – формализовать задачи в рамках профессиональной деятельности на основе метода динамических систем; – приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии.
ОПК-11	ИД ¹ _{ОПК11}	
II этап		
ОПК-10	ИД ² _{ОПК10}	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – применять математические методы при решении типовых профессиональных задач. <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками решения задач по теории вероятностей, теории случайных процессов, математической статистики применительно к реальным процессам; – навыками решения задач профессиональной деятельности методом динамических систем.
ОПК-11	ИД ² _{ОПК11}	

Шкала оценивания при проведении промежуточной аттестации

Максимальное количество баллов, полученных за экзамен – 30.
Минимальное количество баллов («экзамен сдан») – 15 баллов.

Неудовлетворительной сдачей экзамена считается оценка менее 15 баллов.
При неудовлетворительной сдаче экзамена или неявке по неуважительной причине как на экзамен экзаменационная составляющая приравнивается к нулю.
В этом случае студент в установленном в СПбГУ ГА порядке обязан пересдать экзамен.

Оценка за экзамен выставляется как сумма набранных баллов за ответы на три вопроса билета.

Ответы на вопросы билета по результатам освоения дисциплины оцениваются следующим образом:

1. *1 балл*: отсутствие продемонстрированных знаний и компетенций в рамках образовательного стандарта (нет ответа на вопрос) или отказ от ответа;

2. *2 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, демонстрация фрагментарных знаний в рамках образовательного стандарта, незнание лекционного материала;

3. *3 балла*: нет удовлетворительного ответа на вопрос, много наводящих вопросов, отсутствие ответов по основным положениям вопроса, незнание лекционного материала;

4. *4 балла*: ответ удовлетворительный, оценивается как минимально необходимые знания по вопросу, при этом показано хотя бы минимальное знание всех разделов вопроса в пределах лекционного материала. При этом студентом демонстрируется достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;

5. *5 баллов*: ответ удовлетворительный, достаточные знания в объеме учебной программы, ориентированные на воспроизведение; использование научной (технической) терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;

6. *6 баллов*: ответ удовлетворительный, студент ориентируется в основных аспектах вопроса, демонстрирует полные и систематизированные знания в объеме учебной программы;

7. *7 баллов*: ответ хороший, но студент демонстрирует систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, но требовались наводящие вопросы;

8. *8 баллов*: ответ хороший, ответом достаточно охвачены все разделы вопроса, единичные наводящие вопросы, студент демонстрирует способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы;

9. *9 баллов*: систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; студент демонстрирует способность;

10. *10 баллов*: ответ на вопрос полный, не было необходимости в дополнительных (наводящих вопросах); студент показывает систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, самостоятельно и творчески решает сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы, а также демонстрирует знания по проблемам, выходящим за ее пределы.

9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам обучения по дисциплине

9.6.1 Примерные контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

Индивидуальные задания по теме № 1

1. Упростить и вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 6 \\ 8 & 5 & 12 \end{vmatrix}$.
2. Найти обратную матрицу $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.
3. Решить систему линейных уравнений матричным методом, методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5. \end{cases}$$

Индивидуальные задания по теме № 2

1. Найти длину медианы AM треугольника ABC , построенного на векторах $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\overrightarrow{AC} = \vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$.
2. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
3. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах: $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Индивидуальные задания по теме № 3

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3; 4; 5)$ параллельно плоскости $P: x + 6y - 8z + 3 = 0$.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(6; 1; -2)$ параллельно прямой $L: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+5}{1}$.
3. Составить уравнения плоскости, проходящей через две прямые $L_1: \frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}, L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-3}{6}$.
4. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ и плоскости $2x - y + z + 4 = 0$.
5. Привести уравнения к каноническому виду $x^2 + 4x + y^2 - 5 = 0, 3x^2 + 6x + 4y^2 - 9 = 0$.
6. Гипербола задана уравнением $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$. Найти полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет гиперболы.

Индивидуальные задания по теме № 4

1. Найти область определения функции $\lg x + 3\sqrt{x^2}$.
2. Вычислить пределы
 - a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+3}{x^2-5x+1}$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^4+3}{5+\sqrt{9x^8+x+4}}$
 - в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{x^2}$
 - г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-2}\right)^x$

3. Исследовать функцию на непрерывность

$$f(x) = 9^{\frac{1}{7-x}}, x_1 = 5, x_2 = 7.$$

4. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x + 1, & x > 2 \end{cases}$$

Индивидуальные задания по теме № 5

1. Найти производную функции

ab) $2x + 2yy^2 = 0$.

c) $(\sin x^{x^2})^3$ d) $(5^{xy} + y^3)^3$.

2. При помощи дифференциала вычислить приближенно $\sin 31^\circ$

3. Вычислить предел с помощью производных $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}$

4. Исследовать функцию $y = x^3 - 3x^2$ на экстремум.

5. Найти точки перегиба функции $y = x^3 - 3x^2$

Индивидуальные задания по теме № 6

1. Найти определенные интегралы

a) $\int \frac{d \ln x}{\ln^2 x + 4}$ b) $\int x \sin x^2 dx$ c) $\int x \ln x dx$

d) $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}$ e) $\int \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 - 2x} dx$.

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$.

3. Вычислить площадь области, ограниченной линиями

$$y = x^2, y = 0, x = -2, x = 1.$$

Индивидуальные задания по теме № 7

1. Найти частные производные функции $z = x^3 y^5$.

2. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 4x - 2y$.

3. При помощи дифференциала вычислить $\sqrt{3,05^2 + 3,96^2}$.

Индивидуальные задания по теме № 8

1. Выполнить действия $(2-3i) - (4+5i)$.

2. Выполнить действия $(2-3i)(4+5i)$.

3. Выполнить действия $(2-3i) / (4+5i)$.

4. Решить уравнение $x^2 + 2x + 13 = 0$.

Индивидуальные задания по теме № 9

1. Решить уравнение $y = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

2. Найти частное решение линейного дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

3. Найти решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $\frac{d^2y}{dx^2} + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, y(0) = 3, y'(0) = 0$.

Индивидуальные задания по теме № 10

1. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$.
2. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^{10}}{e^n}$.
3. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5 x^{2n}}$.
4. Разложить в степенной ряд функцию $y = \sqrt[3]{8-x^3}$ в окрестности точки $x = 0$ и найти интервал сходимости ряда.

Индивидуальные задания по теме № 11

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x) = x$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Вопросы для проведения контроля успеваемости в форме устного опроса

Устный опрос по теме № 1

1. Что называется определителем второго, третьего порядка?
2. Что называется минором и алгебраическим дополнением элемента определителя n-го порядка?
3. Что называется матрицей, элементом матрицы?
4. Какие матрицы можно складывать и перемножать?
5. Дайте определение обратной матрицы. Каким способом следует ее находить?
6. Что такое ранг матрицы?
7. В чем состоит матричный способ решения систем алгебраических уравнений?
8. Напишите формулы Крамера для решения системы трех уравнений с тремя неизвестными.
9. В чем состоит метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений?
10. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.
11. В каком случае система однородных и неоднородных уравнений имеет одно решение, бесчисленное множество решений?

Устный опрос по теме № 2

1. Что называется вектором, длиной вектора?
2. Какие вектора называются коллинеарными, компланарными, равными?
3. Дайте определение линейных операций над векторами.

4. Что такое декартов базис? Радиус-вектор точки? Координаты вектора?
5. Напишите условие коллинеарности двух векторов в координатной форме.
6. Что называется скалярным произведением двух векторов? Перечислите свойства скалярного умножения.
7. Напишите формулу для определения угла между двумя векторами.
8. Что называется векторным произведением двух векторов? Перечислите свойства векторного произведения.
9. Напишите формулу для определения модуля векторного произведения двух векторов.
10. Напишите векторное произведение в координатной форме.
11. Какие геометрические задачи можно решить с использованием векторного умножения?
12. Что называется смешанным произведением трех векторов? Какой геометрический смысл оно имеет?

Устный опрос по теме № 3

1. Напишите уравнение прямой, заданной точкой и направляющим вектором, в векторной и координатной форме.
2. Напишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Напишите канонические и параметрические уравнения прямой на плоскости.
4. Напишите общее уравнение прямой на плоскости.
5. Как привести общее уравнение прямой к каноническому виду?
6. Как найти угол между двумя прямыми на плоскости? Напишите условие параллельности и перпендикулярности прямых.
7. Как найти расстояние от точки до прямой на плоскости?
8. Напишите каноническое уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
9. Что называется большой и малой осями эллипса, центром эллипса и его эксцентриситетом?
10. Как определяются оси, фокусы, асимптоты, эксцентриситет и фокальные радиусы гиперболы?
11. Что называется параметром, вершиной и фокусом параболы?

Устный опрос по теме № 3

1. Напишите уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно к данному вектору в векторной и координатной форме.
2. Напишите уравнение плоскости в общем виде, проходящей через три точки, в отрезках на осях.
3. Напишите уравнение пучка плоскостей.
4. Как найти угол между плоскостями? Напишите условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
5. Как найти расстояние от точки до плоскости?

6. Напишите уравнение прямой в пространстве, заданной точкой и направляющим вектором в векторной форме.
7. Напишите каноническое, параметрическое, общее уравнение прямой в пространстве.
8. Как найти угол между двумя прямыми в пространстве? Напишите условие параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.
9. Как найти координаты точки пересечения прямой и плоскости?
10. Что называется углом между прямой и плоскостью? Как его найти?
11. Напишите условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Устный опрос по теме № 4

1. Сформулируйте определение функции.
2. Что называется областью определения и областью значений функции?
3. Что значит задать функцию? Какие существуют способы задания функции?
4. Сформулируйте определение сложной и обратной функции.
5. Перечислите простейшие элементарные функции.
6. Сформулируйте определение предела функции и теоремы о пределах функций.
7. Сформулируйте определение бесконечно малой функции.
8. Какая существует связь между пределом функции и бесконечно малой функцией.
9. Как связаны между собой бесконечно малая и бесконечно большая функции?
10. Сформулируйте определение непрерывности функции.
11. В чем состоит различие между понятиями непрерывности функции и пределом функции в точке?
12. Почему из непрерывности функции слева и справа в точке следует непрерывность функции в этой точке?
13. Какие точки называются точками разрыва функции?
14. Дайте определение точек разрыва первого и второго рода.

Устный опрос по теме № 5

1. Дайте определение производной функции в точке. Какой геометрический смысл имеет производная в точке?
2. Сформулируйте теорему о производной суммы, разности, произведения и частного двух функций.
3. Дайте определение второй производной функции.
4. Дайте определение дифференцируемости функции в точке.
5. Укажите связь между понятиями дифференцируемости и производной функции в точке.
6. Дайте определение дифференциала функции в точке и объясните геометрический смысл дифференциала.

7. Сформулируйте теоремы Ферма, Ролля, Коши.
8. Сформулируйте правило Лопиталя для неопределенностей.
9. Дайте определение локального экстремума
10. Сформулируйте необходимые и достаточные условия локального экстремума.
11. Дайте определение направления выпуклости графика функции.
12. Какие точки называются критическими первого рода?
13. Может ли функция иметь экстремум в точке перегиба?
14. Дайте определение вертикальной, горизонтальной и наклонной асимптот.
15. Приведите схему построения графика функции.

Устный опрос по теме № 6

1. Дайте определение первообразной функции.
2. Дайте определение неопределенного интеграла. Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
3. Что называется интегрированием функции?
4. В чем состоит метод замены переменных в неопределенном интеграле?
5. В чем состоит метод интегрирования по частям?
6. В чем состоит метод интегрирования рациональной функции?
7. Какие подстановки используются для вычисления интегралов от тригонометрических функций?
8. Как вычисляются интегралы от иррациональных функций?
9. Какой интеграл называется определенным? Его геометрический смысл.
10. Назовите основные свойства определенного интеграла.
11. Напишите формулу Ньютона-Лейбница и сформулируйте основную теорему интегрального исчисления.
12. Как при помощи определенного интеграла найти площадь криволинейной трапеции?
13. Как найти объем и площадь поверхности тела вращения?
14. Какие интегралы называются несобственными?
15. В каком случае несобственные интегралы называются сходящимися или расходящимися?
16. Какой геометрический смысл имеют несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций?
17. Дайте определение двойного интеграла. Объясните его геометрический смысл.
18. Укажите метод вычисления двойного интеграла в случае прямоугольной области.
19. Дайте определение тройного интеграла. Объясните его геометрический смысл.
20. Укажите метод вычисления тройного интеграла.

Устный опрос по теме № 7

1. Что называется окрестностью точки $M_0(x_0, y_0)$?

2. Что называется пределом функции $z = f(M)$ в точке M_0 ?
3. Что называется частным приращением функции $z = f(M)$ в точке M_0 ?
4. Что называется частной производной функции $z = f(M)$ в точке M_0 ?
5. Дайте определение дифференцируемости функции $z = f(M)$ в точке M_0 .
6. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции нескольких переменных.
7. Что называется дифференциалом функции двух переменных?
8. Что называется экстремумом функции двух переменных?
9. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях экстремума функции двух переменных.
10. Что называется условным экстремумом?
11. Напишите необходимые условия условного экстремума.
12. Какая функция называется функцией Лагранжа?

Устный опрос по теме № 9

1. Какой вид имеет дифференциальное уравнение первого порядка?
2. Как ставится задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка? Каков ее геометрический смысл?
3. Какой вид имеет общий интеграл уравнения с разделяющимися переменными?
4. Укажите вид однородного, линейного дифференциального уравнения первого порядка.
5. В чем состоит метод вариации произвольной постоянной?
6. Какой вид имеет уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах?
7. Как ставится задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка?
8. Какое условие необходимо для линейной независимости решений однородных линейных дифференциальных уравнений?
9. Укажите структуру общего решения однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка.
10. Что называется характеристическим уравнением, характеристическими корнями однородного дифференциального уравнения?
11. Укажите решение однородного дифференциального уравнения второго порядка в случае действительных различных корней, действительных равных корней, комплексно-сопряженных корней?
12. В чем состоит метод Лагранжа решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка?
13. Какой вид имеет решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с правой частью специального вида?
14. В чем состоит задача Коши для системы дифференциальных уравнений первого порядка?
15. Какой вид имеет общее решение линейной однородной системы дифференциальных уравнений первого порядка?

Устный опрос по теме № 10

1. Что называется числовым рядом, и сходимостью ряда ?
2. Назовите основные свойства сходящихся рядов.
3. При каком условии сходится геометрический, обобщенный гармонический ряды?
4. Сформулируйте признаки сравнения для исследования сходимости числового ряда с положительными членами.
5. Сформулируйте алгебраические признаки сходимости ряда Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
6. К каким рядам применим признак Лейбница?
7. Какие ряды называются абсолютно и условно сходящимися?

Устный опрос по теме № 10

1. Какой ряд называется функциональным?
2. Что называется точкой сходимости и областью сходимости функционального ряда?
3. Какие методы используются для определения области сходимости?
4. Назовите признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
5. Какой ряд называется степенным? Назовите его основные свойства.
6. Сформулируйте теорему Абеля.
7. Что называется интервалом и радиусом сходимости степенного ряда?
8. Сформулируйте теорему об условиях сходимости ряда Тейлора в некотором интервале.

Устный опрос по теме № 11

1. Дайте определение ортогональности двух функций.
2. Какой вид имеет тригонометрический ряд Фурье для функций с периодом 2π .
3. Какой вид имеют коэффициенты тригонометрического ряда Фурье?
4. Как разлагаются в ряды Фурье четные и нечетные функции?

9.6.2.1 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины за 1-й семестр

1. Определители первого и второго порядков. Их вычисления и свойства.
2. Определение матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами.
3. Алгебраические дополнения и миноры.
4. Ранг матрицы и его вычисление. Эквивалентные матрицы. Понятие о линейной зависимости рядов матрицы. Теорема о базисном миноре.
5. Обратная матрица и ее вычисление.
6. Решение системы линейных алгебраических уравнений матричным способом, методом Гаусса и по формулам Крамера.
7. Неопределенные системы линейных уравнений.

8. Системы однородных уравнений.
9. Связь решений однородных и неоднородных систем.
10. Линейные операции над векторами.
11. Проекция вектора на ось. Свойства проекции.
12. Линейные операции над векторами в координатной форме.
13. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
14. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства.
15. Базис векторного пространства. Переход к новому базису.
16. Линейные преобразования.
17. Уравнение прямой с угловым коэффициентом на плоскости.
18. Уравнение прямой общего вида на плоскости.
19. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку и через две заданные точки.
20. Уравнение прямой в отрезках на осях.
21. Нормальное уравнение прямой.
22. Угол между прямыми.
23. Точка пересечения двух прямых
24. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости.
25. Уравнение плоскости в отрезках на осях.
26. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и, проходящей через три заданные точки.
27. Угол между плоскостями.
28. Уравнение прямой в пространстве, заданное параметрически и канонически. Общее уравнение прямой.
29. Угол между прямыми в пространстве.
30. Угол между прямой и плоскостью.
31. Пересечение прямой и плоскости.
32. Кривые второго порядка на плоскости. Общий вид уравнения кривых второго порядка.
33. Исследование эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям.

9.6.2.2 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины за 2-й семестр

1. Числовые промежутки (замкнутые, открытые, полуоткрытые, полубесконечные). Окрестность точки.
2. Понятие функцию Способы задания функции.
3. Предел числовой последовательности, его геометрический смысл. Теорема о количестве пределов последовательности.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
5. Предел функции в точке, его геометрический смысл.
6. Основные теоремы о пределах.

7. Первый и второй замечательные пределы.
8. Раскрытие неопределенностей разного вида.
9. Односторонние пределы.
10. Связь между функцией, ее пределом и БМФ.
11. Точки разрыва функций и их классификация.
12. Основные теоремы о непрерывных функциях.
13. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
14. Производная функции. Основные понятия и определения.
15. Формулы и правила дифференцирования.
16. Геометрический смысл производной.
17. Дифференцирование неявной функции, заданной в параметрической форме.
18. Дифференцирование сложно-показательной функции. Логарифмическое дифференцирование.
19. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
20. Приближенные вычисления при помощи дифференциала.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа и теорема Коши.
22. Вычисление пределов с помощью производных. Правило Лопиталя.
23. Исследование функции при помощи производных. Построение графика функции.
24. Основные понятия интегрального исчисления. Первообразная функции. Свойства неопределенного интеграла
25. Таблица основных интегралов.
26. Непосредственное интегрирование
27. Интегрирование с помощью поправок
28. Метод интегрирования по частям.
29. Интегрирование тригонометрических функций
30. Интегрирование рациональных функций.
31. Интегрирование иррациональных функций
32. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
33. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Геометрические приложения определенного интеграла
35. Несобственные интегралы
36. Приближенное вычисление определенных интегралов.
37. Основные понятия числовых рядов. Основные теоремы.

9.6.2.3 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины за 3-й семестр

1. Основные понятия функции нескольких переменных.
2. Геометрическая интерпретация функции двух переменных.
3. Предел функции двух переменных.
4. Частные и полное приращение функции двух переменных.
5. Непрерывность функции двух переменных.

6. Алгебра непрерывных функций.
7. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.
8. Экстремум функции нескольких переменных.
9. Наибольшее и наименьшее значение функции.
10. Дифференцирование неявных функций.
11. Условный экстремум.
12. Основные понятия и определения дифференциальных уравнений.
13. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
14. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
15. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
16. Уравнение Бернулли.
17. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка.
18. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения со специальной правой частью.
20. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа)
21. Нормальные системы дифференциальных уравнений.
22. Операционное исчисление, решение дифференциальных уравнений.
23. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.

9.6.2.3 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины за 4-й семестр

1. Знакоположительные ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда.
2. Определение сходимости эталонных рядов: геометрического и гармонического рядов.
3. Признак Даламбера.
4. Радикальный и интегральный признаки Коши.
5. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
6. Определение условной и абсолютной сходимости знакопеременного ряда.
7. Определение функционального ряда.
8. Определение точки и области сходимости функционального ряда.
9. Определение степенного ряда.
10. Теорема Абеля
11. Определение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.
12. Разложение функции в степенной ряд.
13. Разложение функций в ряд Тейлора.
14. Разложение функций в ряд Маклорена.
15. Приближенные вычисления значений функции, определенных интегралов и приближенное решение дифференциальных уравнений.

16. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье.

10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Высшая математика» характеризуется совокупностью методов, приемов и средств обучения, обеспечивающих реализацию содержания и учебно-воспитательных целей дисциплины, которая может быть представлена как некоторая методическая система, включающая методы, приемы и средства обучения. Такой подход позволяет более качественно подойти к вопросу освоения дисциплины обучающимися. Во время обучения реализуется балльная система оценивания результатов освоения дисциплины.

Для успешного освоения дисциплины «Высшая математика» требуется планомерная систематическая самостоятельная работа обучающегося. Во время лекций вести конспект лекций, записывая все изучаемые определения, теоремы, замечания к ним и решения предлагаемых задач. Конспект лекций следует иметь на практических занятиях. Во время практических занятий обучающиеся самостоятельно выполняют все задачи занятия, при этом преподаватель неоднократно контролирует правильность применения изучаемых методов и проводимых вычислений. В случае обнаружения преподавателем ошибок обучающийся должен исправить решение и довести его до верного ответа. Если во время занятия обучающийся не успевает сделать все задания, то он должен решить их самостоятельно в часы самостоятельной работы. Обучающийся должен выполнять все индивидуальные задания в срок, своевременно готовится к устным опросам и контрольным работам. Во время экзамена не допускается использование конспектов, учебников и любых электронных устройств. Во время контрольных работ допускается использование конспектов и рабочих тетрадей и запрещено использование любых электронных устройств, кроме калькуляторов.

Учебные занятия начинаются и заканчиваются по времени в соответствии с утвержденным режимом СПб ГУГА в аудиториях согласно семестровым расписаниям теоретических занятий. На занятиях, предусмотренных расписанием, обязаны присутствовать все обучающиеся.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 25.05.05 «Эксплуатация воздушных судов и организация воздушного движения».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры № 4 «Высшей математики» 11 октября 2023 года, протокол № 9.

Разработчики:



Лозница С.Ю.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)

Заведующий кафедрой № 4 «Высшей математики»

к.э.н., доцент



Черняк Т.А.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)

Программа согласована:
Руководитель ОПСП

к.п.н., доцент



Федоров А.В.

(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПСП)

Программа одобрена на заседании Учебно-методического совета
Университета «УС» 11 октября 2023 года, протокол № 8.