



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВА-  
ТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САНКТ-  
ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАН-  
СКОЙ АВИАЦИИ ИМЕНИ ГЛАВНОГО МАРШАЛА АВИАЦИИ А.А.  
НОВИКОВА»**



**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор

Ю.Ю. Михальчевский

« 23 » ноября 2023 года

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Прикладные методы теории вероятностей и математической  
статистики**

Направление подготовки:  
**01.03.04 Прикладная математика**

Направленность программы (профиль):  
**Математическое и программное обеспечение беспилотных авиационных  
систем**

Квалификация выпускника:  
**бакалавр**

Форма обучения:  
**очная**

Санкт-Петербург  
2023

## **1 Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» являются формирование у обучающихся комплекса теоретических знаний, охватывающих методы, задачи и теоремы теории вероятностей и математической статистики, а также приобретение ими умений и практических навыков решения математических задач и их применении в практической деятельности.

Задачами освоения дисциплины «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» являются:

- формирование у обучающихся знаний об основах теории случайных событий и величин оценивания неизвестных параметров распределений, проверки статистических гипотез, элементов корреляционного и регрессионного анализа;

- приобретение обучающимися умений использовать методы теории вероятностей и математической статистики;

- овладение обучающимися навыками построения математических моделей случайных явлений, умение пользоваться современными пакетами анализа и обработки статистической информации.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к решению задач профессиональной деятельности научно-исследовательского типа.

## **2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» представляет собой дисциплину, относящуюся к Обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплины «Прикладные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии», «Прикладные задачи математического анализа».

Дисциплина «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» является обеспечивающей для дисциплин: «Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания», «Моделирование распределённых физических процессов».

Дисциплина «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» изучается в 4 семестре.

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

Процесс освоения дисциплины «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике
ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК1</sub>	Применяет знания фундаментальной математики при решении поставленных задач
ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем
ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК2</sub>	Обрабатывает полученные в ходе решения научно-исследовательских и проектных задач экспериментальные данные с применением математических методов обработки результатов.

Знать:

- основные источники получения официальных статистических данных;
- основные методы обработки и анализа первичных статистических данных;
- основы анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне.

Уметь:

- собирать эмпирические и экспериментальные данные по полученному заданию и осуществлять их первичную обработку и анализ;
- осуществлять анализ данных, необходимых для решения поставленных задач;

Владеть:

- методами обработки и анализа статистических данных в соответствии с поставленными задачами;
- методологией статистического исследования;
- навыками применения современного математического инструментария для решения прикладных задач.

#### 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестр
		4
Общая трудоемкость дисциплины	144	144
Контактная работа:	56,5	56,5
Лекции	18	18
практические занятия	18	18
Семинары	-	-
лабораторные работы	18	18
курсовой проект (работа)		
Самостоятельная работа студента	54	54
Промежуточная аттестация:	36	36
контактная работа	2,5	2,5
самостоятельная работа по подготовке к экзамену	33,5	33,5

#### 5 Содержание дисциплины

##### 5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции		Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК-1	ОПК-2		
Тема 1. Дискретная теория вероятностей.	16	+	+	ВК, Л, ПЗ, СРС, ЛР	ПАР
Тема 2. Случайные величины. Распределения в конечномерных пространствах	23	+		Л, ПЗ, СРС, ЛР	ПАР
Тема 3. Системы случайных величин	23	+	+	Л, ПЗ, СРС, ЛР	ПАР
Тема 4. Статистические оценки числовых характеристик и параметров распределения генеральной совокупности	23	+	+	Л, ПЗ, СРС, ЛР	ПАР

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции		Образовательные технологии	Оценочные средства
		ОПК-1	ОПК-2		
Тема 5. Теория условного математического ожидания. Метод наименьших квадратов	19	+	+	Л, СРС, ЛР	ПАР
Всего по дисциплине	104				
Курсовая работа (проект)	4				
Промежуточная аттестация	36				
Итого по дисциплине	144				

ВК – входной контроль, Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, ПАР – письменная аудиторная работа, ЛР – лабораторная работа.

### 5.2 Темы(разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	КР	СРС	ЛР	Всего часов
Тема 1. Дискретная теория вероятностей.	2	2	–	2	10	2	18
Тема 2. Случайные величины. Распределения в конечномерных пространствах	4	4	–	-	11	4	23
Тема 3. Системы случайных величин	4	4	–	-	11	4	23
Тема 4. Статистические оценки числовых характеристик и параметров распределения генеральной совокупности	4	4	–	-	11	4	23
Тема 5. Теория условного математического ожидания. Метод наименьших квадратов	4	-	–	2	11	4	21
Всего по дисциплине	18	14	–	4	54	18	108
Промежуточная аттестация							36
Итого по дисциплине							144

Л– лекция, ПЗ – практическое занятие, С – семинар, СРС – самостоятельная работа студента, КР – курсовая работа (проект), ЛР – лабораторная работа.

### 5.3 Содержание разделов дисциплины

## **Тема 1. Дискретная теория вероятностей.**

Предмет и задачи теории вероятностей. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и аксиоматическое определение вероятностей. Статистическая вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и формулы Байеса. Последовательность независимых испытаний по схеме Бернулли.

## **Тема 2. Случайные величины. Распределения в конечномерных пространствах**

Понятие одномерной случайной величины, функция распределения и ее свойства. Дискретная и непрерывная случайные величины. Нормальный закон распределения, правило трех сигм. Другие законы распределения: Пуассона, геометрический, биномиальный, равномерный, показательный.

## **Тема 3. Системы случайных величин**

Двумерная случайная величина и ее функция распределения. Дискретная и непрерывная двумерная величина. Независимость двух случайных величин. Корреляционный момент и коэффициент корреляции и их свойства,  $n$ -мерная случайная величина, независимость  $n$  случайных величин. Функции случайных величин.

## **Тема 4. Статистические оценки числовых характеристик и параметров распределения генеральной совокупности**

Задачи математической статистики. Выборка, простой случайный выбор, другие виды случайного выбора. Выборочная функция распределения, выборочные характеристики. Понятие оценки. Состоятельность, несмещенность, эффективность. Понятие доверительного интервала. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии. Использование SMath Studio для решения задач.

## **Тема 5. Теория условного математического ожидания. Метод наименьших квадратов**

Условный закон распределения. Условная плотность вероятности и ее свойства. Условное математическое ожидание. Функция регрессии. Метод наименьших квадратов. Линейная модель. Метод наименьших квадратов и его связь с методом максимального правдоподобия. Использование SMath Studio для решения задач.

### **5.4. Практические занятия (семинары)**

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
1	Практическое занятие 1. Алгебра событий. Статистическая вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и формулы Байеса. Последовательность независимых испытаний по схеме Бернулли.	2
2	Практическое занятие 2. Понятие одномерной случайной величины, функция распределения и ее свойства.	2
	Практическое занятие 3. Дискретная и непрерывная случайные величины.	2
3	Практическое занятие 4. Двумерная случайная величина и ее функция распределения.	2
	Практическое занятие 5. Дискретная и непрерывная двумерная величина. Независимость двух случайных величин.	2
4	Практическое занятие 6. Задачи математической статистики. Выборка, простой случайный выбор, другие виды случайного выбора. Выборочная функция распределения, выборочные характеристики. Понятие оценки.	4
	Практическое занятие 7. Состоятельность, несмещенность, эффективность. Понятие доверительного интервала. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии.	4
Итого по дисциплине		18

### 5.5. Лабораторный практикум

Номер темы дисциплины	Тематика лабораторных работ	Трудоемкость (часы)
1	Лабораторная работа 1. Статистическая вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и формулы Байеса. Последовательность независимых испытаний по схеме Бернулли.	2
2	Лабораторная работа 2. Понятие одномерной случайной величины, функция распределения и ее свойства. Дискретная	2

Номер темы дисциплины	Тематика лабораторных работ	Трудоемкость (часы)
	и непрерывная случайные величины.	
	Лабораторная работа 3. Нормальный закон распределения, правило трех сил. Другие законы распределения: Пуассона, геометрический, биномиальный, равномерный, показательный.	2
3	Лабораторная работа 4. Двумерная случайная величина и ее функция распределения. Дискретная и непрерывная двумерная величина. Независимость двух случайных величин.	2
	Лабораторная работа 5. Корреляционный момент и коэффициент корреляции и их свойства, n-мерная случайная величина, независимость n случайных величин. Функции случайных величин.	2
4	Лабораторная работа 6. Задачи математической статистики. Выборка, простой случайный выбор, другие виды случайного выбора. Выборочная функция распределения, выборочные характеристики. Понятие оценки.	2
	Лабораторная работа 7. Состоятельность, несмещенность, эффективность. Понятие доверительного интервала. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии.	2
5	Лабораторная работа 8. Условный закон распределения. Условная плотность вероятности и ее свойства. Условное математическое ожидание. Функция регрессии. Метод наименьших квадратов.	2
	Лабораторная работа 9. Линейная модель. Метод наименьших квадратов и его связь с методом максимального правдоподобия. Одномерная линейная модель. Многомерная линейная модель.	2
Итого по дисциплине		18

## 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
1	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [1, 2, 3, 4, 6, 7-9]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе. 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	10
2	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [1, 3, 5, 6, 7-9]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	11
3	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [3, 4, 5, 7-9]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	11
4	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [3, 4, 5, 6, 7-9]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	11
5	1. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [1, 2, 3, 7-9]. 2. Подготовка к письменной аудиторной работе 3. Выполнение курсовой работы (проекта).	11
Итого по дисциплине		54

### **5.7. Курсовые работы (проекты)**

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Вентцель, Е.С. **Теория вероятностей** [Текст]: учебн. пособие для вузов / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2006. – 575 с. – ISBN 5-06-005688-0. Количество экземпляров 29.

2. **Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб.пособ.для вузов.Реком.Минобр.РФ** [Текст] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 404с. Количество экземпляров: 35.

3. Письменный, Д. Т. **Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам** [Текст] / Д.Т. Письменный. – 3-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2010. – 288 с. – ISBN 978-5-8112-2966-6. Количество экземпляров 60.

б) дополнительная литература

4. Сидняев, Н. И. **Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для академического бакалавриата** / Н. И. Сидняев. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 219 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03544-5. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/A3CD46FE-1C23-4BB5-8F57-1490E2F3E027](http://www.biblio-online.ru/book/A3CD46FE-1C23-4BB5-8F57-1490E2F3E027).

5. Попов, А. М. **Теория вероятностей : учебное пособие для прикладного бакалавриата** / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 215 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-9791-0. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/11F52DC6-D600-45E1-90DA-49E4BD49120B](http://www.biblio-online.ru/book/11F52DC6-D600-45E1-90DA-49E4BD49120B).

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

6. **Курс лекций по Теории вероятностей и математической статистике** [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http://mathprofi.ru/teorija\\_verojatnostei.html](http://mathprofi.ru/teorija_verojatnostei.html), свободный (дата обращения: 29.09.2023 г.)

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

7. **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru>, свободный (дата обращения: 29.09.2023 г.);

8. **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный (дата обращения: 29.09.2023 г.);

9. Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://biblio-online.ru>, свободный (дата обращения: 29.09.2023 г.);

## 7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Компьютерные классы кафедры № 8 (ауд.: 800, 801, 803, 804, 805) с доступом в Интернет, переносной проектор.

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Ауд. № 805	МОК (мультимедийный обучающий комплекс) - компьютер, проектор, интерактивная доска Компьютеры – 12 шт.	Лицензионное программное обеспечение: КДТ «Эксперт 3.0», КСА УВД «Альфа 2.0», КСА УВД «Альфа 3.0», СТКУ СКРС «Мегафон 3», КДВИ «Гранит 5.6», ПАК «Справка», КСА ПВД «Планета», WinAVR (GPL), Qt (LGPL v3), Qt Creator (LGPL v3), Oracle Linux (GPL), SMath Studio.
Ауд. 800	Комплект учебной мебели Вместимость: 12 посадочных места Проектор Panasonic PT – ST 10 – 1 шт. Экран – 1 шт. Доска меловая – 1 шт. Компьютеры – 10 шт.	Лицензионное программное обеспечение: Qt Creator ((L)GPL v3); PascalABC.NET ((L)GPL v3); Visual Studio Community (Бесплатное лицензионное соглашение); Kaspersky Anti-Virus Suite (лицензия № 1D0A170720092603110550); Notepad++ (GPL v2); Microsoft Windows Office Professional Plus 2007 (лицензия № 43471843), SMath Studio.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

## 8 Образовательные и информационные технологии

Дисциплина «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» предполагает использование следующих образовательных технологий: входной контроль, лекции, практические и лабораторные занятия и самостоятельная работа студента.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения студентами дидактических единиц. Он осуществляется по вопросам из обеспечивающих дисциплин (п. 2).

Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины. В лекции делается акцент на реализацию главных идей и направлений в изучении дисциплины, дается установка на последующую самостоятельную работу.

Практическое занятие обеспечивает связь теории и практики, содействует выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы. Практические занятия как образовательная технология помогают студентам систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера.

Лабораторная работа позволяет организовать учебную работу с реальными информационными объектами. Лабораторная работа как образовательная технология реализует следующие функции: овладение системой средств и методов практического исследования обучающимися, развитие творческих исследовательских умений обучающихся и расширение возможностей использования теоретических знаний для решения практических задач.

Самостоятельная работа студента проявляется в систематизации, планировании, контроле и регулировании его учебно-профессиональной деятельности, а также собственные познавательно-мыслительные действия без непосредственной помощи и руководства со стороны преподавателя. Самостоятельная работа подразумевает выполнение студентом поиска, анализа информации, проработку на этой основе учебного материала, а также подготовку к письменным аудиторным работам и курсовой работе (проекту).

В рамках изучения дисциплины «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» предполагается использовать в качестве информационных технологий среду Microsoft Office.

## **9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Фонд оценочных средств дисциплины «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» представляет собой комплекс методических и контрольных измерительных материалов, предназначенных для определения качества результатов обучения и уровня сформированности компетенций обучающихся в ходе освоения данной дисциплины. В свою очередь, задачами использования фонда оценочных средств являются осуществление как текущего контроля успеваемости студентов, так и промежуточ-

ной аттестации в форме экзамена.

Фонд оценочных средств дисциплины «Прикладные методы теории вероятностей и математической статистики» для текущего контроля успеваемости включает письменную аудиторную работу и темы курсовых работ (проектов).

Письменная аудиторная работа предназначена для проверки умений и навыков применять полученные знания для решения практических задач.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде экзамена в 4 семестре. Этот вид промежуточной аттестации позволяет оценить уровень освоения студентом компетенций за весь период изучения дисциплины. Экзамен предполагает устные ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи.

### **9.1 Балльно-рейтинговая система оценки текущего контроля успеваемости и знаний и промежуточной аттестации студентов**

Не применяется

### **9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

В рамках изучения дисциплины предполагается использовать следующие образовательные технологии.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения обучающимися дидактических единиц при изучении базовых дисциплин.

Лекция составляет основу теоретического обучения в рамках дисциплины и направлена на систематизированное изложение накопленных и актуальных научных знаний. Лекция предназначена для раскрытия состояния и перспектив развития экономических знаний в современных условиях. На лекции концентрируется внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируется их активная познавательная деятельность.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, который сопровождается одновременной демонстрацией слайдов, при необходимости привлекаются открытые Интернет-ресурсы, а также демонстрационные и наглядно-иллюстрационные материалы и практические примеры.

Цель практических занятий – закрепить теоретические знания, полученные обучающимися на лекциях и в результате самостоятельного изучения соответствующих тем, а также приобрести начальные практические

навыки. Рассматриваемые в рамках практического занятия задачи, ситуации, примеры и проблемы имеют профессиональную направленность и содержат элементы, необходимые для формирования компетенций в рамках подготовки обучающихся. Практические занятия предусматривают участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практические занятия и курсовой проект по дисциплине являются составляющими практической подготовки обучающихся, так как предусматривают их участие в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Самостоятельная работа обучающихся является составной частью учебной работы. Ее основной целью является формирование навыка самостоятельного приобретения знаний по некоторым вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, самостоятельная работа со справочниками, периодическими изданиями и научно-популярной литературой. Самостоятельная работа включает выполнение учебных заданий, в том числе и индивидуальных, а также работу над курсовым проектом.

### **9.3 Темы курсовых работ (проектов) по дисциплине**

Написание курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

### **9.4 Контрольные задания для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам**

1. Определение производной. Ее механический и геометрический смысл.
2. Напишите уравнения касательной и нормали. Подкасательная, поднормаль.
3. Как определить выпуклость графика функции и ее признаки.
4. Отображение множеств. Функции.
5. Границы числовых множеств. Ограниченные функции.
6. Последовательность. Предел последовательности.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
8. Сходящиеся последовательности, их основные свойства. Признаки существования предела последовательности.
9. Подпоследовательность. Предельные точки последовательности.
10. Производная. Ее механический и геометрический смысл. Производная векторной функции.

11. Дифференцируемость функции, ее связь с производной. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
12. Правила дифференцирования.
13. Производная обратной и сложной функции.
14. Логарифмическая производная. Дифференцирование функции, заданной параметрически (в том числе производные высших порядков).
15. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства.
16. Основные методы интегрирования.
17. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.
18. Интегрирование простейших рациональных дробей.
19. Интегрирование рациональных дробей.
20. Интегрирования тригонометрических функций.
21. Интегрирование простейших иррациональных функций.
22. Нижняя и верхняя интегральные суммы, их простейшие свойства.
23. Интегральная сумма Римана. Определенный интеграл. Теорема об интегрируемости функций, непрерывных на отрезке.

#### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
1 этап		
ОПК-1	ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК1</sub>	Знать: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики; методы отыскания оценок, свойства оценок, а также методы построения доверительных интервалов.
ОПК-2	ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК2</sub>	Уметь: применять основные понятия и идеи вероятностно-статистических методов для решения прикладных и научно-исследовательских задач; выбирать наиболее подходящие вероятно-

		<p>стно-статистические методы для выполнения расчётов; использовать метод наименьших квадратов для минимизации количества ошибок в подсчетах; собирать полученные в ходе решения научно-исследовательской или прикладной задач результаты.</p> <p>Владеть: навыками нахождения вероятности случайных событий;</p>
2 этап		
ОПК-1	ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК1</sub>	<p>Знать: методы статистической обработки информации для анализа и получения результатов в ходе решения задачи с целью выявления основных характеристик числовой совокупности.</p> <p>Уметь: проводить анализ с помощью методов математической статистики и самостоятельно интерпретировать и теоретически обосновывать результаты, полученные в ходе исследований.</p> <p>Владеть: навыками нахождения вероятности случайных событий; умением применять современные методы компьютерной реализации вероятностных и статистических моделей к решению научно-исследовательских задач; умением производить вычисление статистических оценок числовых характеристик для анализа результатов научно-исследовательской работы;</p>
ОПК-2	ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК2</sub>	

*«Отлично»* выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания по рассматриваемой компетенции и умение уверенно применять их на практике при решении задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. Отвечая на вопрос, может быстро и безошибочно проиллюстрировать ответ собственными примерами. Обучающийся самостоятельно правильно решает задачу, дает обоснованную оценку итогам решения.

*«Хорошо»* выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задачи некоторые неточности, хорошо владеет всем содержанием, видит взаимосвязи, но не всегда делает это самостоятельно без помощи преподавателя. Обучающийся решает задачу верно, но при помощи преподавателя.

*«Удовлетворительно»* выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в рамках заданной компетенции, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации. Отвечает только на конкретный вопрос, соединяет знания из разных разделов курса только при наводящих вопросах преподавателя. Ситуационная задача решена не полностью, или содержатся незначительные ошибки в расчетах.

*«Неудовлетворительно»* выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины в рамках компетенций, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач. Не раскрыты глубина и полнота при ответах. Задача не решена даже при помощи преподавателя

## **9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### **9.6.1 Примерные контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости**

#### **Примерный перечень контрольного устного опроса**

1. Сформулируйте классическое определение вероятности. В чем ограниченность этого определения? В чем различие между вероятностью и относительной частотой?

2. Когда применяют геометрическое определение вероятности? Почему в этих случаях нельзя пользоваться классическим определением?
3. Дайте определение суммы событий. Приведите примеры: суммы двух несовместных событий; суммы двух совместных событий.
4. Сформулируйте и докажите теорему о сложении вероятностей несовместных событий.
5. Дайте определение произведения событий. Приведите примеры: произведения двух независимых событий; произведения двух зависимых событий.
6. Что такое условная вероятность?
7. Сформулируйте теорему об умножении вероятностей для двух событий (общий случай). Какую форму принимает эта теорема в случае, когда события независимы?
8. Приведите формулу полной вероятности.
9. Приведите формулы Байеса.

### Типовые ситуационные задачи

**Задача 1.** Отдел технического контроля аэропорта получил партию из 1000 деталей. Вероятность того, что взятая наугад деталь окажется дефектной, равна 0,001. Найти вероятность того, что в партии дефектны: а) хотя бы одна деталь; б) две детали; в) более двух деталей.

**Задача 2.** 6. Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле только из первого орудия равна 0,7; из второго – 0,6; из третьего – 0,8. Найти вероятность того, что: 1) хотя бы один снаряд попадет в цель; 2) только два снаряда попадут в цель; 3) все три снаряда попадут в цель.

**Задача 3.** На навигационно-диспетчерский центр поставлены дисплеи двух производителей: 30% - от первого, а остальные – от второго поставщика. Вероятность наличия скрытого дефекта дисплея от первого поставщика равна 0,05, а от второго 0,01. Какова вероятность того, что случайно выбранный дисплей имеет скрытый дефект?

**Задача 4.** Задана непрерывная случайная величина  $X$  функцией распределения  $F(x)$ . Требуется: 1) найти плотность распределения вероятностей  $f(x)$ ; 2) схематично построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ ;

**Задача 5.** найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины  $X$ ; 4) найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha; \beta)$ .

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sqrt{2} \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{6}, \\ \beta = \frac{\pi}{4}, \end{cases}$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ x-1, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha = \frac{3}{2}, \\ \beta = \infty, \end{matrix}$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha = \frac{\pi}{3}, \\ \beta = \frac{\pi}{2}, \end{matrix}$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha = 1, \\ \beta = 3, \end{matrix}$$

**Задача 6.** Заданы математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  нормально распределенной случайной величины  $X$ . Написать плотность распределения вероятностей и схематично построить ее график. Найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha; \beta)$ . Определить приближенно максимальное и минимальное значения случайной величины  $X$ , следуя правилу “трех сигм”. Найти вероятность того, что  $X$  примет значение, превышающее  $\beta$ ; найти интервал, симметричный относительно математического ожидания  $a$ , в котором с вероятностью  $\gamma$  будут заключены значения случайной величины  $X$ .

1.  $a=15, \quad \sigma=2, \quad \alpha=9, \quad \beta=19, \quad \gamma=0,99.$
2.  $a=14, \quad \sigma=4, \quad \alpha=10, \quad \beta=22, \quad \gamma=0,98.$
3.  $a=13, \quad \sigma=3, \quad \alpha=11, \quad \beta=19, \quad \gamma=0,96.$

### 9.6.2 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

1. Когда применяют геометрическое определение вероятности? Почему в этих случаях нельзя пользоваться классическим определением?
2. Сформулируйте классическое определение вероятности. В чем ограниченность этого определения? В чем различие между вероятностью и относительной частотой?
3. Дайте определение суммы событий. Приведите примеры: суммы двух несовместных событий; суммы двух совместных событий.
4. Сформулируйте и докажите теорему о сложении вероятностей несовместных событий.

5. Дайте определение произведения событий. Приведите примеры: произведения двух независимых событий; произведения двух зависимых событий.
6. Что такое условная вероятность?
7. Сформулируйте теорему об умножении вероятностей для двух событий (общий случай). Какую форму принимает эта теорема в случае, когда события независимы?
8. Приведите формулу полной вероятности.
9. Приведите формулы Байеса.
10. Что такое схема Бернулли?
11. В каких случаях применяются: формула Бернулли; теорема Пуассона; теорема Муавра-Лапласа?
12. Приведите примеры дискретных и непрерывных случайных величин.
13. Что называется законом распределения вероятностей случайной величины?
14. Что называется математическим ожиданием случайной величины? Как оно обозначается? Докажите его свойства.
15. Что называется дисперсией случайной величины? Как она обозначается? Докажите ее свойства. Как взаимосвязаны среднеквадратическое отклонение и дисперсия?
16. Чему равны числовые характеристики биномиального распределения; распределения Пуассона?
17. Что называется функцией распределения случайной величины? Сформулируйте ее свойства. В чем различие графиков функций распределения для непрерывной и для дискретной случайных величин?
18. Дайте определение плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины, сформулируйте ее свойства.
19. Как найти вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение из данного интервала, если известна: ее функция распределения; ее плотность распределения вероятностей?
20. Как взаимосвязаны функция распределения и плотность распределения вероятностей случайной величины?
21. Найдите  $M[X]$  и  $D[X]$  случайной величины, распределенной равномерно на интервале  $(a; b)$ .
22. Каков вероятностный смысл параметров  $a$  и  $\sigma$  случайной величины, распределенной по нормальному закону? Напишите плотность нормального распределения.
23. В чем заключается “правило трех сигм”? Как, пользуясь этим правилом, найти наименьшее и наибольшее значения нормально распределенной случайной величины?
24. Сколько параметров имеет показательное распределение? Как найти для данного распределения  $M[X]$ ,  $\sigma[X]$ ?
25. Как, имея закон распределения вероятностей двумерной дискретной случайной величины, найти законы распределения компонент?

26. Как взаимосвязаны понятия коррелированности и зависимости случайных величин?
27. Напишите уравнение прямой регрессии случайной величины  $Y$  на  $X$ .
28. Докажите неравенство Чебышева. Сформулируйте теорему Чебышева.
29. Приведите примеры применения теоремы Чебышева; неравенства Чебышева.
30. Докажите, что теорема Бернулли является следствием теоремы Чебышева.
31. Определите характеристические функции случайной величины и сформулируйте их свойства.
32. Дайте формулировку центральной предельной теоремы; теоремы Ляпунова.
33. Сформулируйте интегральную и локальную теоремы Муавра-Лапласа. Приведите примеры их применения.
34. Сформулируйте две основных задачи математической статистики.
35. Что такое генеральная совокупность?
36. В чем суть выборочного метода? Что называется выборкой; репрезентативной выборкой; повторной и бесповторной выборкой? Как определить необходимый объем выборки?
37. Каковы различия между эмпирической и теоретической функциями распределения?
38. Какие требования предъявляются к статистическим оценкам параметров распределения?
39. Что является точечной оценкой генеральной средней; генеральной дисперсии?
40. В чем состоит метод моментов точечной оценки неизвестных параметров распределения?
41. Для чего применяется метод максимального правдоподобия? Как его применять для дискретных и непрерывных случайных величин?
42. Что является точечной оценкой генеральной средней; генеральной дисперсии?
43. Когда применяется интервальное оценивание; точечное оценивание?
44. Что такое доверительная вероятность (надежность)?
45. Как построить доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратическом отклонении?
46. Что называют статистической гипотезой? Приведите примеры нулевой, конкурирующей, простой, сложной гипотез.
47. Что называется ошибкой первого рода; второго рода?
48. Дайте определение критической области. Какие виды критических областей вам известны? Приведите примеры критериев для каждого случая.
49. Что называется уровнем значимости?

50. Что такое критерий согласия? Поясните обозначения :  $T$  – критерий,  $F$  – критерий;  $\chi^2$  - критерий;  $R$  – критерий.

51. Сформулируйте правило проверки гипотезы о законе распределения с помощью критерия согласия Пирсона.

52. Что называется статистической и корреляционной зависимостями?

53. Дайте определение выборочного коэффициента корреляции и перечислите его свойства.

54. Что называют линейной регрессией, нелинейной регрессией, множественной регрессией?

55. Что называется выборочным корреляционным отношением? Каковы достоинства и недостатки этой меры тесноты связи?

56. Как найти параметры выборочного уравнения прямой регрессии  $Y$  на  $X$ ;  $X$  на  $Y$ ?

### Типовая задача для промежуточной аттестации

**Задача 1.** Данные наблюдений над двумерной случайной величиной  $(X; Y)$  представлены в корреляционной таблице. Методом наименьших квадратов найти выборочное уравнение прямой регрессии  $Y$  на  $X$ .

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_b \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}).$$

**Задача 2.** Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины  $X$ ; 4) найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha; \beta)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin 2x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha = -\infty, \\ \beta = \frac{\pi}{8}, \end{matrix}$$

### 10. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Основными видами учебных занятий по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» являются лекции, практические занятия. Виды учебных занятий определяются рабочей программой дисциплины.

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика». Они должны давать систематизированные основы научных знаний по дисциплине, концентрировать внимание студентов на наиболее сложных, проблемных вопросах, стимулировать их активную познавательную деятельность и способствовать формированию творческого мышления.

Каждая лекция должна представлять собой устное изложение лектором основных теоретических положений изучаемой дисциплины или отдельной темы как логически законченное целое и иметь конкретную целевую установку. Лекции должны носить, как правило, проблемный характер. Основным методом в лекции выступает устное изложение лектором учебного материала.

Практическим занятиям предшествует лекции и целенаправленная самостоятельная подготовка студентов, поэтому темы практических занятий и практических заданий заранее сообщаются обучающимся для того, чтобы они имели возможность подготовиться и проработать соответствующие теоретические вопросы дисциплины.

В начале каждого практического занятия преподаватель кратко доводит до обучающихся его цель и задачи и обращает внимание обучающихся на наиболее сложные вопросы, относящиеся к изучаемой теме.

Лабораторные работы по дисциплине проводятся в соответствии с п. 5.5. Лабораторные работы направлены на обобщение, систематизацию и закрепление теоретических знаний по конкретным темам дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и на развитие аналитических и конструктивных умений обучающихся.

После проведения любого вида занятия студентам выдаются задания на самостоятельную работу. Выдаваемые задания являются частью учебного материала, который студенты должны освоить за время изучения дисциплины.

Самостоятельная работа студента является составной частью учебной работы. Ее основной целью является формирования навыка самостоятельного приобретения знаний по некоторым не особо сложным вопросам теоретического курса, закрепление и углубление полученных знаний, самостоятельная работа со справочниками, периодическими изданиями и научно-популярной литературой, в том числе находящимися в глобальных компьютерных сетях. Самостоятельная работа подразумевает выполнение учебных заданий, в том числе и индивидуальных получаемых студентом после каждого занятия. Самостоятельная работа выполняется студентами в рабочих тетрадях (либо в конспекте), либо на отдельных листах формата А4 (по указанию преподавателя), которые не реже одного раза в две недели проверяются преподавателем.

При изучении тем дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающимся необходимо: ознакомиться с изложенным теоретическим материалом; акцентировать внимание на основных понятиях каждой конкретной темы; пройти тестирование (входной и текущий контроль); выполнить задания на самостоятельную работу; подготовиться к сдаче промежуточной аттестации в виде экзамена с использованием конспекта лекций.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №8 «Прикладной математики и информатики»

« 28 » Сентября 2023 года, протокол № 2.

Разработчики

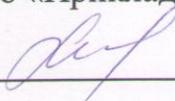
ст.преподаватель

  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)

Скляренко А.А.

И.о. заведующего кафедрой № 8 «Прикладная математика и информатика»

к.т.н.

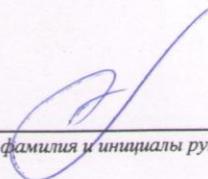


Земсков Ю.В.

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

д.т.н., доцент

  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)

Костин Г.А.

Программа рассмотрена и согласована на заседании Учебно-методического совета Университета « 22 » 11 2023 года, протокол № 3.