



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ ИМЕНИ ГЛАВНОГО МАРШАЛА  
АВИАЦИИ А.А. НОВИКОВА»**

**УТВЕРЖДАЮ**

  
Ректор  
/ Ю.Ю. Михальчевский

2023 года

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Прикладные задачи математического анализа**

Направление подготовки  
**01.03.04 Прикладная математика**

Направленность программы (профиль)  
**Математическое и программное обеспечение беспилотных авиационных систем**

Квалификация выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Санкт-Петербург  
2023

## **1 Цели освоения дисциплины**

### **1 Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Прикладные задачи математического анализа» являются формирование у обучающихся комплекса теоретических знаний, охватывающих методы, задачи и теоремы математического анализа, а также приобретение ими умений и практических навыков решения математических задач.

Задачами освоения дисциплины «Прикладные задачи математического анализа» являются формирование у обучающихся знаний основных понятий математического анализа, приобретение обучающимися умений использовать методы теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких действительных переменных, теории рядов, собственных и несобственных интегралов, а также овладение обучающимися навыками самостоятельного исследования математических задач.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к решению задач профессиональной деятельности научно-исследовательского типа.

## **2 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Прикладные задачи математического анализа» представляет собой дисциплину, относящуюся к Обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Прикладные задачи математического анализа» базируется на результатах обучения, полученных при изучении школьных курсов математических дисциплин.

Дисциплина «Прикладные задачи математического анализа» является обеспечивающей для дисциплин: «Прикладные задачи вычислительной математики», «Программирование процессоров цифровой обработки сигналов».

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестрах.

## **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применяя системный подход для решения поставленных задач
ИД <sup>1</sup> <sub>УК1</sub>	Осуществляет поиск информации об объекте, определяет достоверность полученной информации, формирует целостное представление об объекте, а также о сущности и последствиях его функционирования

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применяя системный подход для решения поставленных задач
ИД <sub>УК1</sub> <sup>2</sup>	Решает поставленные задачи, исходя из целостности объекта, выявления механизмов его функционирования и многообразия связей во внутренней и внешней среде объекта
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике
ИД <sub>ОПК1</sub> <sup>1</sup>	Применяет знания фундаментальной математики при решении поставленных задач
ИД <sub>ОПК1</sub> <sup>2</sup>	Выбирает оптимальные методы фундаментальной математики при решении поставленных задач, в том числе в профессиональной сфере.

Знать:

- основы математического анализа, необходимые для решения прикладных задач;
- основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теории поля; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных;
- основы анализа современных прикладных задач.

Уметь:

- определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; производить оценку качества полученных решений прикладных задач;
- осуществлять анализ данных, необходимых для решения поставленных задач;
- использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой.

Владеть:

- методами обработки и анализа данных в соответствии с поставленными задачами;
- методами применения современного математического инструментария для решения задач;
- навыками применения современного математического инструментария для решения прикладных задач.

#### 4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины	432	144	144	144
Контактная работа:	189,5	70,5	60,5	58,5
лекции	76	28	20	28
практические занятия	90	42	40	28
семинары	-	-	-	
лабораторные работы	-	-	-	
курсовой проект (работа)	-	-	-	
Самостоятельная работа студента	192	65	95	52
КрАт	3,5	0,5	0,5	2,5
Промежуточная аттестация зач. с оц. (1,2 сем), экзамен (3сем.)	50,5	8,5	8,5	33,5

#### 5 Содержание дисциплины

##### 5.1 Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых в них компетенций

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции		Образовательные технологии	Оценочные средства
		УК-1	ОПК-1		
Тема 1. Вводные вопросы анализа	2	+	+	ВК, Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 2. Предел последовательности	20	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 3. Предел функции	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 4. Непрерывность функции	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 5. Производная и дифференциал.	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 6. Приложения производной	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 7. Неопределенный интеграл	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 8. Определенный интеграл	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ

Темы (разделы) дисциплины	Количество часов	Компетенции		Образовательные технологии	Оценочные средства
		УК-1	ОПК-1		
Тема 9. Несобственные интегралы	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 10. Числовые ряды	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 11. Функциональные ряды	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 12. Степенные ряды	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 13. Ряды Фурье	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 14. Понятие функции нескольких переменных, её предел, непрерывность, производная и дифференциал	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 15. Кратные интегралы.	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 16. Криволинейные интегралы.	20	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Тема 17. Поверхностные интегралы.	24	+	+	Л, ПЗ, СРС	У, РЗ
Всего по дисциплине	378				
Промежуточная аттестация	50,5				
Итого по дисциплине	432				

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, УК – входной контроль, РЗ – разноуровневые задания, У – устный опрос.

## 5.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	С	ЛР	СРС	КР	Всего часов
1 семестр							
Тема 1. Вводные вопросы анализа	2	-	-	-	3	-	5
Тема 2. Предел последовательности	4	6	-	-	10	-	20
Тема 3. Предел функции	4	6	-	-	10	-	20
Тема 4. Непрерывность функции	4	6	-	-	10	-	20
Тема 5. Производная и дифференциал	4	8	-	-	10	-	22
Тема 6. Приложения производной	4	8	-	-	12	-	24
Тема 7. Неопределенный интеграл	6	8	-	-	10	-	24
Всего за семестр 1	28	42			65		135
Промежуточная аттестация							9

Итого за семестр 1							144
2 семестр							
Тема 8. Определенный интеграл	4	4	-	-	15	-	23
Тема 9. Несобственные интегралы	4	4	-	-	20	-	28
Тема 10. Числовые ряды	4	4	-	-	20	-	28
Тема 11. Функциональные ряды	4	4	-	-	20	-	28
Тема 12. Степенные ряды	4	4	-	-	20	-	28
Всего за семестр 2	20	20			95		135
Промежуточная аттестация							9
Итого за семестр 2							144
3 семестр							
Тема 13. Ряды Фурье	4	4	-	-	12	-	20
Тема 14. Понятие функции нескольких переменных, её предел, непрерывность, производная и дифференциал.	6	6	-	-	10	-	22
Тема 15. Кратные интегралы	6	6	-	-	10	-	22
Тема 16. Криволинейные интегралы.	6	6	-	-	10	-	22
Тема 17. Поверхностные интегралы.	6	6	-	-	10	-	22
Всего за семестр 3	28	28			52		108
Промежуточная аттестация							36
Итого за семестр 3							144
Итого по дисциплине							432

Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, С – семинар, ЛР – лабораторная работа, КР – курсовая работа (проект).

### 5.3 Содержание разделов дисциплины

#### Тема 1. Вводные вопросы анализа

Понятие множества. Множество  $R$ . Простейшие числовые множества. Границы числовых множеств. Отображение множеств. Инъекция, биекция, сюръекция. Функции. Типы функций.

#### Тема 2. Предел последовательности

Понятие числовой последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Сходящиеся последовательности и их основные свойства. Предельный переход в неравенствах. Монотонные последовательности: определение и признак их сходимости. Число  $e$ .

Некоторые свойства произвольных последовательностей. Подпоследовательности числовых последовательностей. Предельные точки последовательности и их существование у ограниченной последовательности. Выделение сходящейся подпоследовательности (принцип Больцано-Вейерштрасса). Необходимое и достаточное условия сходимости последовательности (критерий Коши).

#### Тема 3. Предел функции

Понятие предела функции в точке на языке последовательности (по Гейне и Коши). Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел.

Определение предела функции на языке « $\varepsilon$ - $\delta$ » (по Коши). Необходимое и достаточное условие существования предела функции (критерий Коши). Единственность предела. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Предельный переход в неравенствах. Знак функции и знак предела.

Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Предел монотонной функции. Предел сложной функции. Замечательные пределы анализа.

#### **Тема 4. Непрерывность функции**

Понятие непрерывности функции в точке. Определение непрерывности функции на языке « $\varepsilon$ - $\delta$ » (по Коши), на языке последовательностей (по Гейне), разностная форма условия непрерывности. Арифметические операции над непрерывными функциями. Односторонняя непрерывность и классификация точек разрыва. Кусочно-непрерывные функции.

Некоторые свойства монотонных функций. Понятие обратной функции. Монотонные функции, имеющие обратную. Непрерывность сложной функции.

Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Прохождение непрерывной функции через нуль при смене знаков и через любое промежуточное значение. Ограниченность функции, непрерывной на сегменте. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.

#### **Тема 5. Производная и дифференциал**

Понятие производной функции в точке. Физическая и геометрическая задачи, приводящие к понятию производной. Односторонние производные. Понятие производной векторной функции. Понятие дифференцируемости функции в точке. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Понятие дифференциала функции.

Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Правило дифференцирования сложной функции. Логарифмическая производная. Вычисление производных параметрических и неявных функций.

Инвариантность формы первого дифференциала. Формулы и правила вычисления дифференциалов.

Производные и дифференциалы высших порядков.

#### **Тема 6. Приложения производной**

Геометрический смысл производной. Касательная к кривой. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Различные формы остаточного члена (в форме Лагранжа и Коши). Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.

Признаки постоянства, возрастания и убывания функции. Отыскание точек возможного экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Общая схема отыскания экстремумов.

Выпуклость графика функции и ее признаки. Определение точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Первое и второе достаточные условия точки перегиба.

Асимптоты графика функции.

Схема исследования графика функции.

Отыскание максимального и минимального значений функции. Краевой экстремум.

### **Тема 7. Неопределенный интеграл**

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.

Основные методы интегрирования. Интегрирование заменой переменной (подстановкой). Интегрирование по частям.

Интегрирование дробно-рациональных функций. Универсальная подстановка. Интегрирование некоторых типов тригонометрических функций. Некоторые интегралы от иррациональных функций.

### **Тема 8. Определенный интеграл**

Интегральные суммы Римана. Интегрируемость. Понятие верхней и нижней сумм Дарбу и их свойства. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.

Некоторые классы интегрируемых функций. Свойство равномерной непрерывности функции. Интегрируемость непрерывных функций и некоторых разрывных функций. Интегрируемость монотонных ограниченных функций.

Основные свойства определенного интеграла.

Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной под знаком определенного интеграла. Формула интегрирования по частям.

Понятие плоской кривой. Параметрическое задание кривой. Понятие пространственной кривой. Длина дуги кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой.

Вычисление объемов тел и площадей поверхности вращения. Работа переменной силы.

Использование SMath Studio для решения задач.

### **Тема 9. Несобственные интегралы**

Понятие несобственного интеграла первого рода (по бесконечному промежутку). Критерий Коши сходимости несобственного интеграла первого рода. Достаточные признаки сходимости.

Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Несобственный интеграл второго рода (от неограниченной функции). Критерий Коши.

Главное значение несобственного интеграла.

### **Тема 10. Числовые ряды**

Понятие числового ряда. Ряд и его частичная сумма. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Два свойства, связанные со сходимостью ряда.

Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши. Признак Раабе.

Абсолютно и условно сходящиеся ряды. О перестановке членов абсолютно и условно сходящихся рядов.

Арифметические операции над сходящимися рядами.

Признаки сходимости произвольных рядов. Признак Лейбница. Признак Дирихле-Абеля.

### **Тема 11. Функциональные ряды**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности. Понятие равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости.

Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Сходимость в среднем.

Равномерная непрерывность последовательности функций.

Использование SMath Studio для решения задач.

### **Тема 12. Степенные ряды**

Степенной ряд и область его сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.

Разложение функции в степенной ряд. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.

### **Тема 13. Ряды Фурье**

Периодические функции. Определение коэффициентов по методу Эйлера-Фурье.

Разложение функций в ряд Фурье. Случай непериодической функции. Случай произвольного промежутка. Разложения четной и нечетной функции (только по косинусам или только по синусам).

Интеграл Дирихле. Комплексная форма рядов Фурье. Сопряженный ряд.

### **Тема 14. Понятие функции нескольких переменных, её предел, непрерывность, производные и дифференциал.**

Понятие о фундаментальных зависимостях между несколькими переменными величинами. Понятие функции  $n$  переменных.

Понятие предела функции нескольких переменных.

Определение непрерывности функции нескольких переменных. Основные свойства. Арифметические операции над непрерывными функциями. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференцирование неявных функции Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Билинейная и квадратичная формы. Определение локального экстремума.

Использование SMath Studio для решения задач.

## **Тема 15. Кратные интегралы.**

Геометрическая задача, приводящая к понятию о двойном интеграле. Двумерная интегральная сумма и ее предел. Определение двойного интеграла. Условия его существования. Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем для двойного интеграла.

Вычисление двойного интеграла в прямоугольных координатах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.

Физическая задача, приводящая к понятию о тройном интеграле. Трехмерная интегральная сумма и ее предел. Определение тройного интеграла. Условия его существования. Свойства тройного интеграла. Теорема о среднем для тройного интеграла.

Вычисление тройного интеграла в прямоугольной системе координат. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системах координат. Применение двойного и тройного интегралов к решению геометрических и физических задач. Использование SMath Studio для решения задач.

## **Тема 16. Криволинейные интегралы.**

Определение криволинейного интеграла первого рода. Свойства криволинейного интеграла. Вычисление криволинейного интеграла первого рода при параметрическом задании линии сведением к обыкновенному определенному интегралу. Определение криволинейного интеграла второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода при параметрическом задании кривой.

Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Связь между криволинейными интегралами обоих типов.

Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Связь с вопросом о точном дифференциале. Признак точного дифференциала. Интегралы по замкнутому контуру. Формула Грина. Трехмерный случай. Применение криволинейных интегралов. Использование SMath Studio для решения задач.

## **Тема 17. Поверхностные интегралы.**

Определение и свойства поверхностного интеграла первого рода. Сведение к обыкновенному двойному интегралу.

Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода. Связь между поверхностными интегралами обоих типов.

Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла от пути в трехмерном пространстве. Применение поверхностных интегралов к решению физических задач. Использование SMath Studio для решения задач.

#### 5.4. Практические занятия (семинары)

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
1 семестр		
2	Практическое занятие 2-4. Вычисление предела последовательности	2
2	Практическое занятие 5-7. Правила раскрытия неопределенностей	4
3	Практическое занятие 8-10. Исследование функций на непрерывность	6
4	Практическое занятие 11-12. Вычисление производных и дифференциалов сложных, явных, неявных, параметрических функций	2
4	Практическое занятие 13-14. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков	4
5	Практическое занятие 15-16. Исследование функций на экстремум и перегиб	4
5	Практическое занятие 17. Построение графиков функций	4
6	Практическое занятие 18. Вычисление неопределенного интеграла методом подстановки и по формуле интегрирования по частям	8
7	Практическое занятие 19. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен	2
	Практическое занятие 20. Интегрирование рациональных дробей	4
	Практическое занятие 21. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.	4
Итого за семестр 1		42
2 семестр		
8	Практическое занятие 6-7. Вычисление площадей плоских фигур, длины дуги и площади поверхности	2
8	Практическое занятие 8-9. Вычисление объемов тел	2
9	Практическое занятие 11-12. несобственные интегралы первого и второго рода.	2
9	Практическое занятие 13-14. Исследование несобственных интегралов на сходимость	2
10	Практическое занятие 15-16. Признаки сходимости числовых рядов с положительными	4

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (часы)
	членами	
11	Практическое занятие 17-19. Знакопеременные числовые ряды	4
12	Практическое занятие 20-21. Признаки сходимости функциональных рядов.	2
12	Практическое занятие 22-24. Исследование функциональных рядов на сходимость.	2
Итого за 2 семестр		20
3 семестр		
13	Практическое занятие 1-3. Разложение в ряд Фурье $2\pi$ -периодических, $2l$ -периодических, четных, нечетных, и непериодических функций	4
14	Практическое занятие 4. Область определения функции нескольких переменных.	2
14	Практическое занятие 5-6. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.	4
15	Практическое занятие 7-8. производные и дифференциалы функции нескольких переменных.	2
15	Практическое занятие 9-10. приложения дифференциального исчисления функции нескольких переменных.	4
16	Практическое занятие 11-12. Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах.	2
16	Практическое занятие 13-14. Вычисление тройных интегралов в декартовых, полярных и сферических координатах.	4
17	Практическое занятие 1-2. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.	2
17	Практическое занятие 3-5. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. формула Грина.	2
17	Практическое занятие 6-7. вычисление поверхностных интегралов первого и второго рода.	2
Итого за 3 семестр		28
Итого по дисциплине		90

### 5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

## 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
1 семестр		
1	1.Изучение теоретического материала «Понятие множества. Множество $R$ . Функции.»[1,3,5] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	3
2	1.Изучение теоретического материала «Понятие числовой последовательности и операции над ними Изучение теоретического материала. Понятие предела функции»[1,2,3, 6] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	10
3	1.Изучение теоретического материала «Понятие предела функции в точке на языке последовательности (по Гейне и Коши).»[1,2,3,5,7] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	10
4	1.Изучение теоретического материала «Понятие непрерывности функции в точке. Определение непрерывности функции на языке « $\varepsilon$ - $\delta$ » (по Коши), на языке последовательностей (по Гейне), разностная форма условия непрерывности.»[2,3,5,6,9] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	10
5	1.Изучение теоретического материала «Понятие производной функции в точке. Физическая и геометрическая задачи, приводящие к понятию производной. Односторонние производные. Понятие производной векторной функции. Понятие дифференцируемости функции в точке.»[2,5,9,10] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	10
6	1.Изучение теоретического материала «Геометрический смысл производной. Касательная к кривой. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.»[1,5,8.9]	12

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
	2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	
7	1.Изучение теоретического материала «Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.»[2, 5,9] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	10
Итого за семестр 1		65
2 семестр		
8	1.Изучение теоретического материала «Интегральные суммы Римана. Интегрируемость. Понятие верхней и нижней сумм Дарбу и их свойства. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.»[1,2,5,6,8] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	15
9	1.Изучение теоретического материала «Понятие плоской кривой. Параметрическое задание кривой. Понятие пространственной кривой. Длина дуги кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой. Дифференциал дуги.»[2,5,6,8,9,10] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	20
10	1.Изучение теоретического материала «Понятие несобственного интеграла первого рода (по бесконечному промежутку). Критерий Коши сходимости несобственного интеграла первого рода.»[2,5,7,9] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	20
11	1.Изучение теоретического материала «Понятие числового ряда. Ряд и его частичная сумма. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Два свойства, связанные со сходимостью ряда.»[1,4,6.7,8] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	20
12	1.Изучение теоретического материала «Понятие функциональной последовательности и	20

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
	функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности. Понятие равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости.»[1,2,3,4,5,6] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	
Итого за семестр 2		95
3 семестр		
13	1.Изучение теоретического материала «Степенной ряд и область его сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.»[2,4,8,9] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	12
14	1. Изучение теоретического материала «Ортогональные системы функций. Определение коэффициентов по методу Эйлера-Фурье» [4,7,8,9,10] 2. Подготовка к устному опросу и разноуровневым заданиям.	10
15	1. Подготовка к письменной аудиторной работе. [1-3]. 2. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [6-9].	10
16	1. Подготовка к письменной аудиторной работе [1-3] 2. Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [6-9]	10
17	1.Подготовка к письменной аудиторной работе [1-3] 2.Поиск, анализ информации и проработка учебного материала [6-9]	10
Итого за семестр 3		52
Итого по дисциплине		212

### 5.7 Курсовые работы (проекты)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

### 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Карташев, А.П. **Математический анализ** [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2007. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/178>, свободный — Загл. с экрана

2. Фихтенгольц, Г.М. **Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1** [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65055>, свободный — Загл. с экрана

3. Карасева, Р.Б. **Ряды** [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.Б. Карасева. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 140 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/100923> , свободный — Загл. с экрана.

б) дополнительная литература:

4. Осипов, А.В. **Лекции по высшей математике** [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/50157>, свободный — Загл. с экрана

5. Горлач, Б.А. **Математический анализ** [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4863>, свободный — Загл. с экрана.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

6. **Общероссийский математический портал** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/>, свободный — Загл. с экрана (дата обращения: 29.09.2023).

7. **Образовательный портал ArtSpb.com: математика и программирование** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.artspb.com>, свободный — Загл. с экрана (дата обращения: 29.09.2023).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

8. Единое окно доступа к образовательным ресурсам [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru> , свободный — Загл. с экрана (дата обращения: 29.09.2023).

9. **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/>, свободный — Загл. с экрана (дата обращения: 29.09.2023).

10. **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>, свободный — Загл. с экрана (дата обращения: 29.09.2023).

## 7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Ауд. № 805	МОК	Лицензионное программное

	(мультимедийный обучающий комплекс) - компьютер, проектор, интерактивная доска Компьютеры – 12 шт.	обеспечение: КДТ «Эксперт 3.0», КСА УВД «Альфа 2.0», КСА УВД «Альфа 3.0», СТКУ СКРС «Мегафон 3», КДВИ «Гранит 5.6», ПАК «Справка», КСА ПВД «Планета», WinAVR (GPL), Qt (LGPL v3), Qt Creator (LGPL v3), Oracle Linux (GPL), SMath Studio.
Ауд. 800	Комплект учебной мебели Вместимость: 12 посадочных места Проектор Panasonic PT – ST 10 – 1 шт. Экран – 1 шт. Доска меловая – 1 шт. Компьютеры – 10 шт.	Лицензионное программное обеспечение: Qt Creator ((L)GPL v3); PascalABC.NET ((L)GPL v3); Visual Studio Community (Бесплатное лицензионное соглашение); Kaspersky Anti-Virus Suite (лицензия № 1D0A170720092603110550); Notepad++ (GPL v2); Microsoft Windows Office Professional Plus 2007 (лицензия № 43471843), SMath Studio.

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

## 8 Образовательные и информационные технологии

Дисциплина «Прикладные задачи математического анализа» предполагает использование следующих образовательных технологий: входной контроль, лекции, практические занятия и самостоятельная работа студента.

В соответствии с реализацией компетентного подхода и учебным задачам дисциплины в начале изучения дисциплины проводится входной контроль. Он осуществляется по вопросам из математических дисциплин школьного курса, на которых базируется дисциплина «Прикладные задачи математического анализа» (п. 2).

Лекция проводится с целью организации целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению материалом дисциплины «Математический анализ». Чтение курса лекций позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить обучающимся основное содержание дисциплины в целостном, систематизированном виде.

Практическое занятие по дисциплине «Прикладные задачи математического анализа» способствует привитию умений и навыков практической деятельности по дисциплине, а также закрепление, углубление, расширение и детализация знаний, полученных в ходе лекций и самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студента способствует углублению и расширению знаний, формирование самостоятельных навыков решения научных и прикладных задач, а также самостоятельная работа студента направлена на формирование интереса к познавательной деятельности и навыков самостоятельной работы в научно-исследовательской сфере.

В рамках изучения дисциплины «Прикладные задачи математического анализа» предполагается использовать в качестве информационных технологий среду MS Office.

## **9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Оценочные средства включают: решение ситуационных задач, письменную аудиторную работу, задания, выдаваемые на самостоятельную работу по темам дисциплины (подготовка докладов), устный опрос пройденного материала.

Устный опрос проводится на практических занятиях с целью контроля усвоения теоретического материала, излагаемого на лекции.

Письменная аудиторная работа выполняется обучающимися на практических занятиях по индивидуальным вариантам на основании задания, выдаваемого преподавателем по соответствующей теме дисциплины и представляет собой оценку практического применения полученных теоретических знаний.

Контроль выполнения задания, выполняемого на практических занятиях, преследует собой цель своевременного выявления плохо усвоенного материала дисциплины для последующей корректировки.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде зачета с оценкой в 1 и 2 семестрах и экзамена в 3 семестре. К моменту сдачи экзамена должны быть успешно пройдены предыдущие формы контроля.

Зачет с оценкой и экзамен позволяют оценить уровень освоения компетенций за весь период изучения дисциплины. Билет включает два теоретических вопроса и задачу.

### **9.1 Балльно-рейтинговая оценка текущего контроля успеваемости и знаний студента**

Не применяется

### **9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Устный опрос оценивается следующим образом:

«зачтено»: обучающийся дает ответ на поставленный вопрос по существу и правильно отвечает на уточняющие вопросы;

«не зачтено»: обучающийся отказывается отвечать на поставленный вопрос, либо отвечает на него неверно и при формулировании дополнительных (вспомогательных) вопросов.

Решение ситуационных задач оценивается:

«зачтено»: обучающийся самостоятельно правильно решает задачу, дает обоснованную оценку по итогу решения;

«не зачтено»: обучающийся отказывается от выполнения задачи или не способен ее решить самостоятельно, а также с помощью преподавателя.

Письменная аудиторная работа:

«зачтено»: работа зачитывается в том случае, если задание выполнено полностью, в соответствии с поставленными требованиями и сделаны необходимые выводы;

«не зачтено»: работа не зачитывается в том случае, если обучающийся не выполнил задания, или результат выполнения задания не соответствует поставленным требованиям, а в заданиях и (или) ответах имеются существенные ошибки.

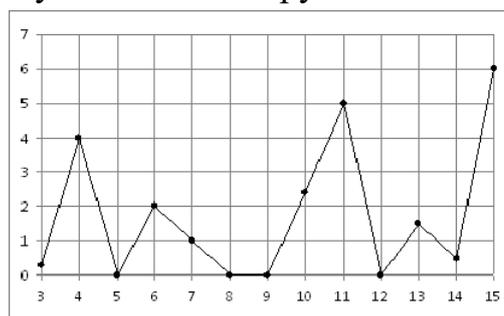
### 9.3 Темы курсовых работ (проектов)

Написание курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

### 9.4 Контрольные задания для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

1. Шоколадка стоит 25 рублей. В супермаркете проходит рекламная акция: оплачивая две шоколадки, покупатель получает три (одну шоколадку в подарок). Какое наибольшее число шоколадок получит покупатель на 480 рублей?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало более 3 миллиметров осадков.



3. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{\frac{10}{4x-26}} = \frac{1}{7}$

4. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  (сторона  $AC$  — основание)  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,

высота  $BH$  равна 12. Найдите  $AC$ .

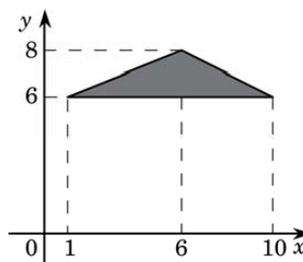
5. В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой будет самый дешевый заказ. Сколько рублей будет стоить заказ?

Фирма такси	Подача машины	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх минимальной поездки
1	200 руб.	нет	14 руб.

2	Бесплатно	15 мин. 300 руб.	17 руб.
3	120 руб.	10 мин. 200 руб.	16 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

6. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



7. Найдите значение выражения  $5^{\log_{25} 16}$ .

8. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой:  $q = 100 - 10p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 240 тыс. руб.

9. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = (x - 22)e^{x-21}$  на отрезке  $[20; 22]$ .

10. Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 15 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 90 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 54 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
1 этап		



Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
<p>УК-1</p> <p>ОПК-1</p>	<p>ИД<sup>2</sup><sub>УК1</sub></p> <p>ИД<sup>2</sup><sub>ОПК1</sub></p>	<p><i>Уметь:</i></p> <p>определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; осуществлять анализ данных, необходимых для решения поставленных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение .</p> <p><i>Уметь:</i></p> <p>определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; осуществлять анализ данных, необходимых для решения поставленных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой.</p> <p><i>Владеть:</i></p> <p>методами обработки и анализа данных в соответствии с поставленными задачами;</p> <p>методами применения современного математического инструментария для решения задач;</p> <p>навыками применения современного математического инструментария для решения прикладных задач.</p>

Шкала оценивания при проведении промежуточной аттестации «Отлично» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания по рассматриваемой компетенции и умение уверенно применять их на практике при решении задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. Отвечая на вопрос, может быстро и безошибочно проиллюстрировать ответ собственными примерами. Обучающийся самостоятельно правильно решает задачу, дает обоснованную оценку итогам решения.

«Хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задачи некоторые неточности, хорошо владеет всем содержанием, видит взаимосвязи, но не всегда делает это самостоятельно без помощи преподавателя. Обучающийся решает задачу верно, но при помощи преподавателя.

«Удовлетворительно» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в рамках заданной компетенции, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации. Отвечает только на конкретный вопрос, соединяет знания из разных разделов курса только при наводящих вопросах преподавателя. Ситуационная задача решена не полностью, или содержатся незначительные ошибки в расчетах.

«Неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины в рамках компетенций, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач. Не раскрыты глубина и полнота при ответах. Задача не решена даже при помощи преподавателя.

## **9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### **9.6.1 Примерные контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости**

#### **Примерный перечень вопросов устного опроса**

1. Назовите основные методы интегрирования.
2. Как выглядит формула Ньютона-Лейбница.
3. Назовите признаки сходимости рядов.
4. Назовите основные методы интегрирования.
5. Как выглядит формула Ньютона-Лейбница.
6. Назовите признаки сходимости рядов.
7. Условия существования экстремума функции нескольких переменных
8. Геометрический смысл двойного интеграла.
9. Геометрический смысл тройного интеграла

## Типовые ситуационные задачи

Задача 1. Продифференцировать данные функции.

$$y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x} \quad y = 3x^5 - \frac{3}{x} - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5} \quad y = \frac{6}{x^4} - \frac{3}{x} + 3x^3 - \sqrt{x^7}$$

$$y = \frac{3}{x} + 5\sqrt{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4} \quad y = \frac{8}{x^3} + \frac{3}{x} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7 \quad y = \sqrt{x^5} - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3} - 3x^3$$

$$y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} + \frac{1}{x} \quad y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x} + 5x^4 \quad y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4} + \frac{6}{x}$$

Задача 2. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 3}$$

Задача 3. Проинтегрировать рациональную дробь

$$\int \frac{6x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} dx; \quad \int \frac{4x^2 + 32x + 52}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)} dx;$$
$$\int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx; \quad \int \frac{3x^2 - 15x}{(x - 1)(x^2 + 5x + 6)} dx$$

## Примерный вариант письменной аудиторной работы

1. Вычислить двойной интеграл от функции  $f(x, y) = 1 + x + y$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = -x$ ,  $x = y$ ,  $y = 2$ .
2. Изменить порядок интегрирования в интеграле  $\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 f(x, y) dy$ .
3. Перейдя в полярную систему координат, вычислить двойной интеграл  $\int_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , где  $D$  круговое кольцо, заключенное между окружностями  $x^2 + y^2 = 1$  и  $x^2 + y^2 = 4$ .
4. Найти площадь области, ограниченной линиями  $y = 2^x$ ,  $y = 2^{-2x}$ ,  $y = 4$ .
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y = x^2$ ,  $y = 1$ ,  $x + y + z = 4$  и  $z = 0$ .
6. Вычислить трехкратный интеграл и построить область интегрирования:  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^1 dy \int_0^2 (4 + z) dz$ .
7. Вычислить тройной интеграл  $\int_V \frac{dx dy dz}{1 - x - y}$ , если область  $V$  ограничена плоскостями  $x + y + z = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .

8. Вычислить объем тела, ограниченного сферической поверхностью  $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ , цилиндром  $x^2 + y^2 - 2ay = 0$  и плоскостью  $z = 0$ .
9. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x + y)dl$ , где  $l$ - контур треугольника АВО с вершинами  $A(1; 0)$ ,  $B(0; 1)$ ,  $O(0; 0)$ .
10. Вычислить криволинейный интеграл  $\int xy - 1 dx + x^2ydy$  от точки  $A(1; 0)$  до точки  $B(0; 2)$ :
  - а) по прямой  $2x + y = 2$ ;
  - б) по дуге параболы  $4x + y^2 = 4$

### **9.6.2 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

1. Отображение множеств. Функции.
2. Границы числовых множеств. Ограниченные функции.
3. Последовательность. Предел последовательности.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
5. Сходящиеся последовательности, их основные свойства. Признаки существования предела последовательности.
6. Подпоследовательность. Предельные точки последовательности.
7. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательностей.
8. Предел функции по Коши, по Гейне. Арифметические операции над функциями, имеющими предел.
9. Свойства функций, имеющих предел.
10. Замечательные пределы.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Порядок бесконечно малых.
12. Непрерывность функции в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Точки разрыва и их классификация.
13. Непрерывность функции на множестве.
14. Теорема Больцано - Коши об обращении функции в нуль.
15. Теорема Больцано – Коши о промежуточном значении непрерывных функций.
16. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывных функций.
17. Теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной функцией точной верхней и нижней граней.
18. Производная. Ее механический и геометрический смысл. Производная векторной функции.
19. Дифференцируемость функции, ее связь с производной. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
20. Правила дифференцирования.
21. Производная обратной и сложной функции.

22. Логарифмическая производная. Дифференцирование функции, заданной параметрически (в том числе производные высших порядков).
23. Уравнения касательной и нормали. Подкасательная, поднормаль.
24. Гиперболические функции.
25. Геометрическое значение производной радиус-вектора по полярному углу.
26. Локальные экстремумы. Теорема Ферма о необходимом условии существования экстремума функции.
27. Теорема Ролля.
28. Теорема Лагранжа, ее геометрический смысл и следствия.
29. Теорема Коши для дифференцируемых функций.
30. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей.
31. Формула Тейлора, формула Маклорена.
32. Достаточные условия существования экстремума функции.
33. Выпуклость графика функции и ее признаки.
34. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба.
35. Достаточные условия перегиба.
36. Асимптоты графика функции.

## *2 семестр*

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства.
2. Основные методы интегрирования.
3. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.
4. Интегрирование простейших рациональных дробей.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Интегрирование простейших иррациональных функций.
8. Нижняя и верхняя интегральные суммы, их простейшие свойства.
9. Интегральная сумма Римана. Определенный интеграл. Теорема об интегрируемости функций, непрерывных на отрезке.
10. Свойства нижней и верхней интегральных сумм.
11. Основные свойства определенного интеграла (1-4).
12. Теорема о среднем. Аддитивность интеграла (5, 6).
13. Теорема Барроу.
14. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.
16. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов.
17. Вычисление площади плоской фигуры.
18. Вычисление длины дуги плоской кривой.
19. Вычисление объема тела.
20. Вычисление площади поверхности вращения.
21. Физические приложения определенного интеграла.
22. Тригонометрические ряды. Взаимно-ортогональные функции.

23. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье. Теорема о сумме ряда Фурье (формулировка).
24. Разложение  $2\pi$ -периодической функции в ряд Фурье на промежутке  $[\lambda, \lambda+2\pi]$ .
25. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
26. Ряд Фурье для функций с периодом.
27. Разложение в ряд Фурье непериодических функций

### **3 семестр**

1. Функции нескольких переменных, ее предел и непрерывность.
2. Частные производные функции нескольких переменных.
3. Полный дифференциал функции нескольких переменных, его применение.
4. Производная и полный дифференциал сложной функции.
5. Дифференцирование неявных функции,
6. Производная по направлению.
7. Градиент функции нескольких переменных.
8. Локальный экстремум функции нескольких переменных.
9. Частные производные высших порядков.
10. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
11. Векторная функция, график.
12. Предел и производная векторной функции.
13. Правила дифференцирования векторной функции.
14. Уравнение касательной к кривой.
15. Уравнение нормальной плоскости к пространственной кривой.
16. Главная нормаль и кривизна пространственной линии в точке.
17. Области, определение интеграла по области, теорема существования, частные случаи интеграла по области.
18. Основные свойства интегралов по области.
19. Двойной интеграл по плоской области. Геометрический смысл.
20. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
21. Двойной интеграл в полярных координатах.
22. Геометрические приложения двойного интеграла (площадь плоской фигуры, объем тела, площадь поверхности).
23. Тройной интеграл в декартовых координатах, геометрический смысл.
24. Тройной интеграл в криволинейных координатах.
25. Криволинейный интеграл первого рода.
26. Поверхностный интеграл первого рода.
27. Поверхностный интеграл второго рода.
28. Формула Остроградского-Гаусса.
29. Формула Стокса.

### **Типовые задачи для промежуточной аттестации**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$$

Задача 1 Найти предел функции:

Задача 2 Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{2\pi} \cos(2x) \sin(x) + 2x^2 dx$

Задача 3 Найти уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности  $z = 2x^2 + y^2$  в точке  $M_0(-1, 2, 6)$

Задача 4 Вычислить двойной интеграл от функции  $f(x, y) = 1 + x + y$  по области  $D$ , ограниченной линиями:  $y = -x$ ,  $x = y$ ,  $y = 2$ .

## 10. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся по дисциплинам вообще и по дисциплине «Прикладные задачи математического анализа» в частности. Будучи по содержанию теоретическими, прикладными и методическими, по данной дисциплине они являются теоретическими. По назначению: вводными, тематическими и заключительными.

Именно на лекции формируется научное мировоззрение будущего бакалавра, закладываются теоретические основы фундаментальных знаний, стимулируется его активная познавательная деятельность.

В данном случае целесообразно характеризовать не лекции вообще, а совокупность этих лекций по дисциплине «Прикладные задачи математического анализа», их связь с другими видами учебных занятий.

Методика преподавания лекционного курса дисциплины строится на использовании конкретной, оптимальной для нее методической системы. Методическая система есть сумма методов, приемов и средств обучения. Основой для построения системы служат дидактические принципы высшей школы, педагогическая психология и обобщенный опыт преподавания дисциплины.

Практические занятия по дисциплине имеют целью углубление, и конкретизацию теоретических знаний, полученных на лекции и в ходе самостоятельной работы, для отработки навыков и умений в использовании соответствующем математическим аппаратом.

Экзамен является заключительными оценочным средством, позволяет определить уровень освоения обучающимся компетенций (п. 9.5) за период изучения данной дисциплины. Экзамен предполагает ответы на 2 теоретических вопроса из перечня вопросов, вынесенных на промежуточную аттестацию, а также решение задачи (п. 9.6).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры №8 «Прикладная математика и информатика»

« 28 » Сентября \_\_\_\_\_ 2023 года, протокол № 2 .

Разработчики:

\_\_\_\_\_ Скляренко А. А.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчиков)

И.о. заведующего кафедрой № 8 «Прикладная математика и информатика»

К.Т.Н. \_\_\_\_\_ Земсков Ю.В.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)

Программа согласована:

Руководитель ОПОП

Д.Т.Н., доцент \_\_\_\_\_ Костин Г.А.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)

Программа рассмотрена и согласована на заседании Учебно-методического совета Университета « 22 » 11 \_\_\_\_\_ 2023 года, протокол № 3 .