



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА  
(РОСАВИАЦИЯ)**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»**

**УТВЕРЖДАЮ**



Ректор

*[Signature]* / Ю.Ю. Михальчевский

*[Signature]* 2021 года

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дополнительные главы математического анализа**

Направление подготовки  
**25.03.03 Аэронавигация**

Направленность программы (профиль)  
**Техническая эксплуатация автоматизированных систем  
управления воздушным движением**

Квалификация выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**очная**

Санкт-Петербург  
2021

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» являются:

- формирование у обучающихся комплекса теоретических знаний численных методов решения задач алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений;
- получение навыков и умений методологических подходов разработки численных вычислений и изучении основных методов для решения задач исследовательского и прикладного характера.

Дисциплина обеспечивает подготовку выпускника к решению задач профессиональной деятельности эксплуатационно-технологического типа.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» представляет собой дисциплину, относящуюся к Обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули).

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» базируется на результатах обучения, полученных при изучении дисциплины: «Высшая математика».

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» является обеспечивающей для дисциплины: «Математическое обеспечение систем управления воздушным движением». Дисциплина изучается в 4 семестре.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применяя системный подход для решения поставленных задач
ИД <sub>УК1</sub> <sup>1</sup>	Осуществляет поиск информации об объекте, определяет достоверность полученной информации, формирует целостное представление об объекте, а также о сущности и последствиях его функционирования
ИД <sub>УК1</sub> <sup>2</sup>	Решает поставленные задачи, исходя из целостности объекта, выявления механизмов его функционирования и

Код компетенции/ индикатора	Результат обучения: наименование компетенции, индикатора компетенции
	многообразия связей во внутренней и внешней среде объекта
УК-2.	. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ИД <sup>1</sup> <sub>УК2</sub>	Формулирует конкретные задачи согласно поставленной цели и определяет последовательность действий для решения этих задач
ИД <sup>2</sup> <sub>УК2</sub>	Рассматривает, оценивает и выбирает оптимальные способы решения задач, учитывая правовые нормы, имеющиеся ресурсы и иные ограничения
ОПК-6	Способен использовать основные законы математических и естественнонаучных дисциплин (модулей) в профессиональной деятельности, в том числе с использованием стандартных программных средств
ИД <sup>1</sup> <sub>ОПК6</sub>	Знает и понимает основные законы математики и естественных наук и важность их использования в профессиональной деятельности
ИД <sup>2</sup> <sub>ОПК6</sub>	Использует основные законы математики и естественных наук, в том числе для решения профессиональных задач, применяет стандартные программные средства

Планируемые результаты изучения дисциплины:

Знать:

- основные определения и понятия изучаемых разделов математического анализа;
- методы математического анализа, необходимые как при изучении остальных курсов, так и для решения прикладных задач в разных предметных областях;
- методы логически строгого построения доказательств.

Уметь:

- строго доказывать математические утверждения;
- проводить математические исследования с использованием аппарата математического анализа.
- использовать математические методы в технических приложениях.
- понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач математического анализа
- применять методы комплексного анализа для решения математических задач, построения и анализа моделей в технических и экономических системах и информатике;

Владеть:

- навыками решения практических задач математического анализа
- навыками исследования с использованием методов математического анализа;

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Наименование	Всего часов	Семестры
		4
Общая трудоемкость дисциплины	108	108
Контактная работа:	38,5	38,5
лекции	18	18
практические занятия	18	18
семинары	-	-
лабораторные работы	-	-
курсовой проект	-	-
Самостоятельная работа студента	36	36
Промежуточная аттестация	36	36
контактная работа	2,5	2,5
самостоятельная работа по подготовке экзамену	33,5	33,5

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Соотнесения тем (разделов) дисциплины и формируемых компетенций

Темы, разделы дисциплины	КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ	КОМПЕТЕНЦИИ			Образовательные технологии	Оценочные средства
		УК-1	УК-2	ОПК-6		
Тема 1. Криволинейные интегралы	18	+	+	+	Л,ПЗ, СРС	ВК, УО, ПАР
Тема 2. Поверхностные интегралы	18	+	+	+	Л,ПЗ, СРС	УО, ПАР
Тема 3. Теория поля	18		+		Л,ПЗ, СРС	ПАР
Тема 4. Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах.	18		+		Л,ПЗ, СРС	ПАР
Итого за семестр 4	72					
Промежуточная аттестация	36					

Темы, разделы дисциплины	КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ	КОМПЕТЕНЦИИ			Образовательные технологии	Оценочные средства
		УК-1	УК-2	ОПК-6		
Всего за семестр 4	108					

Сокращения: Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, СРС – самостоятельная работа студента, УО – устный опрос, ПАР – письменная аудиторная работа.

## 5.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

Наименование темы (раздела) дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	КП	Всего часов
4 семестр						
Тема 1. Криволинейные интегралы	4	4	-	10	-	18
Тема 2. Поверхностные интегралы	4	4	-	10	-	18
Тема 3. Теория поля	6	6	-	6	-	18
Тема 4. Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах.	4	4	-	10	-	18
Итого за семестр	18	18		36		72
Промежуточная аттестация						36
Всего по дисциплине						108

Сокращения: ВК – входной контроль, Л – лекция, ПЗ – практическое занятие, ЛР – лабораторная работа, СРС – самостоятельная работа студента, КП – курсовой проект.

## 5.3 Содержание разделов дисциплины

### Тема 1. Криволинейные интегралы

Кусочно-гладкий контур. Кривая в плоскости и в пространстве. Длина дуги кривой. Определение криволинейного интеграла первого рода. Свойства криволинейного интеграла. Вычисление криволинейного интеграла первого рода при параметрическом задании линии сведением к обыкновенному определенному интегралу. Определение криволинейного интеграла второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода при параметрическом задании кривой. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Связь между криволинейными интегралами обоих типов. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Связь с вопросом о точном дифференциале. Признак точного дифференциала. Интегралы по замкнутому контуру. Формула Грина. Трехмерный случай. Применение криволинейных интегралов.

## Тема 2. Поверхностные интегралы

Способы задания гладкой поверхности. Нормаль и касательная плоскость. Ориентированная поверхность. Площадь поверхности. Определение и свойства поверхностного интеграла первого рода. Сведение к обыкновенному двойному интегралу. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода. Связь между поверхностными интегралами обоих типов. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла от пути в трехмерном пространстве. Применение поверхностных интегралов к решению физических задач.

## Тема 3. Теория поля.

Понятие скалярного поля. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Основные свойства градиента. Правила вычисления градиента. Понятие векторного поля. Векторные линии. Дифференциальные уравнения векторных линий. Понятие потока векторного поля. Свойства потока вектора через поверхность. Поток вектора через незамкнутую поверхность. Поток вектора через замкнутую поверхность.

Понятие дивергенции векторного поля. Правила вычисления дивергенции. Трубочатое (соленоидальное) поле. Свойства трубчатого поля. Понятие циркуляции вектора. Ротор (вихрь) векторного поля. Инвариантное определение роторного поля. Физический смысл ротора поля. Правила вычисления ротора.

Понятие потенциального поля. Вычисление криволинейного интеграла в потенциальном поле. Вычисление потенциала в декартовых координатах. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа.

## Тема 4. Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах.

Дифференциальные уравнения векторных линий. Градиент в ортогональных координатах. Ротор в ортогональных координатах. Дивергенция в ортогональных координатах. Вычисление потока в криволинейных координатах. Вычисление потенциала в криволинейных координатах. Линейный интеграл и циркуляция в ортогональных криволинейных координатах. Оператор Лапласа в ортогональных координатах.

### 5.4 Практические занятия

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (часы)
4 семестр		
1	Криволинейные интегралы. Интегралы по замкнутому контуру.	4
2	Поверхностные интегралы. Формула Гаусса-	4

Номер темы дисциплины	Тематика практических занятий	Трудо-емкость (часы)
	Остроградского	
3	Скалярное поле. Векторное поле и поток векторного поля. Градиент скалярного поля. Дивергенция и циркуляция векторного поля. Вычисления ротора. Потенциальное поле.	6
4	Оператор Лапласа. Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах.	4
Итого за семестр 4		18
Итого по дисциплине		18

### 5.5 Лабораторный практикум

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен.

### 5.6 Самостоятельная работа

Номер темы дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудо-емкость (часы)
4 семестр		
1	Повторение материалов лекции. Изучение теоретического материала. [1-3, 8, 10-13] Подготовка к устному опросу.	10
2	Изучение теоретического материала. [1, 8, 10-13] Подготовка к устному опросу.	10
3	Изучение теоретического материала. [1, 6-8, 10-13] Подготовка к устному опросу.	6
4	Изучение теоретического материала. [1-2, 6-8, 10-13] Подготовка к устному опросу.	10
Итого за 4 семестр		36
Итого по дисциплине		36

### 5.7 Курсовые проекты

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены.

## 6 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Кудрявцев, Л. Д. **Курс математического анализа в 3 т. Том 1 : учебник для бакалавров** [Электронный ресурс]. — 6-е изд., пер. и доп. — М.: Юрайт, 2019. — 703 с. — ISBN 978-5-9916-3701-5. — Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/kurs-matematicheskogo-analiza-v-3-t-tom-1-425369>.

2. Кудрявцев, Л. Д. **Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах: учебник для бакалавров** [Электронный ресурс]. — 6-е изд., пер. и доп. — М.: Юрайт, 2016. — 719 с. — ISBN 978-5-9916-6126-3. — Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/kurs-matematicheskogo-analiza-v-3-t-tom-2-v-2-knigah-kniga-2-451942>.

3. Кудрявцев, Л. Д. **Курс математического анализа в 3 т. Том 3 : учебник для бакалавров** [Электронный ресурс]. — 6-е изд., пер. и доп. — М.: Юрайт, 2018. — 351 с. — ISBN 978-5-534-02795-2. — Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/kurs-matematicheskogo-analiza-v-3-t-tom-3-468649>.

б) дополнительная литература:

4. Никитин, А. А. **Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для академического бакалавриата** [Электронный ресурс]/ А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2018. — 460 с.— ISBN 978-5-534-00464-9. — Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/matematicheskii-analiz-uglublennyu-kurs-413105>.

5. Гершанок, В. А. **Теория поля: учебник для бакалавров** / В. А. Гершанок, Н. И. Дергачев. — М.: Юрайт, 2019. — 278 с. — ISBN 978-5-9916-1579-2. — Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/teoriya-polya-425273>.

6. Береславский, Э.Н. **Теория поля : Учеб. пособ. Ч.1: Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля** [Текст]. — СПб.: СПбГУ ГА, 2004. — 59 с. — Количество экземпляров 10.

7. Береславский, Э.Н. **Теория поля : Учеб. пособ. Ч.2: Поток и дивергенция векторного поля. Теорема Гаусса-Остроградского** [Текст]. — СПб.: СПбГУ ГА, 2005. — 77 с. — Количество экземпляров 10.

8. Береславский, Э.Н. **Теория поля : Учеб. пособ. Ч.3: Циркуляция и ротор. Потенциальные и соленоидальные поля. Оператор Гамильтона** [Текст]. — СПб.: СПбГУ ГА, 2005. — 96 с. — Количество экземпляров 10.

9. Демидович, Б.П. **Сборник задач и упражнений по математическому анализу** [Электронный ресурс]: учебное пособие. — СПб.: Лань, 2018. — 624 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>.

в) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети

«Интернет»:

10. **Библиотека СПбГУ ГА** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://spbguga.ru/objects/e-library/>, свободный (дата обращения 21.01.2021).

г) программное обеспечение (лицензионное), базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

11. **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/> свободный (дата обращения: 21.01.2021).

12. **Электронная библиотека научных публикаций «eLIBRARY.RU»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://elibrary.ru/> (дата обращения: 21.01.2021).

13. **Электронно-библиотечная система издательства «Лань»** [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/> (дата обращения: 21.01.2021).

## 7 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практики, иных видов учебной деятельности, предусмотренных учебным планом образовательной программы	Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы, с указанием перечня основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом (в случае реализации образовательной программы в сетевой форме дополнительно указывается наименование организации, с которой заключен договор)
Дополнительные главы математического анализа	Аудитория для проведения лекций и практических работ- №800 «Компьютерный класс № 1» Компьютерные столы - 12 шт., стулья - 12 шт., 12 персональных компьютеров, с доступом в сеть Интернет, учебная доска, экран для проектора. Комплект презентационных материалов Qt Creator ((L)GPL v3) PascalABC.NET((L)GPL v3) VisualStudioCommunity Kaspersky Anti-Virus Suite (лицензия № 1D0A170720092603110550) Notepad++ (GPL v2) Microsoft Windows Office Professional Plus 2007 (лицензия № 43471843)	196210, г. Санкт-Петербург, ул. Пилотов, д. 38, литера А

Информационно-справочные и материальные ресурсы библиотеки СПбГУ ГА.

## **8 Образовательные и информационные технологии**

В рамках изучения дисциплины предполагается использовать следующие образовательные технологии.

Входной контроль проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью коррекции процесса усвоения обучающимися дидактических единиц при изучении базовых дисциплин.

Лекция как образовательная технология представляет собой устное, систематически последовательное изложение преподавателем учебного материала с целью организации целенаправленной познавательной деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями и навыками читаемой дисциплины. Лекция составляет основу теоретического обучения в рамках дисциплины и направлена на систематизированное изложение накопленных и актуальных научных знаний.

Практическое занятие по дисциплине содействует выработке у обучающихся умений и навыков применения знаний, полученных в ходе самостоятельной работы. Практические занятия как образовательная технология помогают студентам систематизировать, закрепить и углубить знания.

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих образовательного процесса. Основным принципом организации самостоятельной работы студентов является комплексный подход, направленный на формирование навыков репродуктивной и творческой деятельности студента в аудитории, при внеаудиторных контактах с преподавателем, при домашней подготовке. Главная цель самостоятельной работы студентов – развитие способности организовывать и реализовывать свою деятельность без постороннего руководства и помощи. Самостоятельная работа подразумевает выполнение студентом поиска, анализа информации, проработку на этой основе учебного материала, подготовку к проектам.

## **9 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Уровень и качество знаний обучающихся оцениваются по результатам входного контроля, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в виде экзамена.

Оценочные средства включают: решение задач, письменную аудиторную работу, задания, выдаваемые на самостоятельную работу по темам дисциплины, устный опрос пройденного материала.

Практические задания предназначены для закрепления теоретических знаний, а также для отработки умений и навыков. Это может быть решение

задачи, упрощение математического выражения, нахождение производной функции, вычисление интеграла, построение схемы алгоритма, заполнение таблицы, выполнение определенной последовательности действий на компьютере, использование стандартных математических программ и т.д.

Устный опрос проводится на практических занятиях с целью контроля усвоения теоретического материала, излагаемого на лекции.

Письменная аудиторная работа выполняется обучающимися на практических занятиях по индивидуальным вариантам на основании задания, выдаваемого преподавателем по соответствующей теме дисциплины и представляет собой оценку практического применения полученных теоретических знаний.

Контроль выполнения задания, выполняемого на практических занятиях, преследует собой цель своевременного выявления плохо усвоенного материала дисциплины для последующей корректировки.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде экзамена в 4 семестре.

Экзамен позволяют оценить уровень освоения компетенций за весь период изучения дисциплины. Билет включает два теоретических вопроса и задачу.

### **9.1 Балльно-рейтинговая оценка текущего контроля успеваемости и знаний студентов по дисциплине**

Не применяется.

### **9.2 Методические рекомендации по проведению процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Устный опрос оценивается следующим образом:

«зачтено»: обучающийся дает ответ на поставленный вопрос по существу и правильно отвечает на уточняющие вопросы;

«не зачтено»: обучающийся отказывается отвечать на поставленный вопрос, либо отвечает на него неверно и при формулировании дополнительных (вспомогательных) вопросов.

Письменная аудиторная работа:

«зачтено»: работа зачитывается в том случае, если задание выполнено полностью, в соответствии с поставленными требованиями и сделаны необходимые выводы;

«не зачтено»: работа не зачитывается в том случае, если обучающийся не выполнил задания, или результат выполнения задания не соответствует поставленным требованиям, а в заданиях и (или) ответах имеются существенные ошибки.

### **9.3 Темы курсовых проектов по дисциплине**

В учебном плане курсовых работ не предусмотрено.

#### 9.4 Контрольные вопросы для проведения входного контроля остаточных знаний по обеспечивающим дисциплинам

1. Найти пределы функции, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2 - \cos 4x)}{(e^{\arcsin x} - 1) \operatorname{tg}(8x)}$$

2. В заданиях а) найти точки разрыва функции, если они существуют; б) найти односторонние пределы в точках разрыва и установить тип точек разрыва; в) сделать схематический чертеж графика функции.

$$f(x) = 4^{\frac{|x+3|x}{x+3}}$$

3. Найти первую производную функции.

$$y = 3^x \arccos 3^x - \sqrt{1 - 3^{2x}}$$

4. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  функции, заданной параметрически.

$$\begin{cases} x = 3^{-\cos^2 t} \\ y = 3^{-\sin^2 t} \end{cases}$$

5. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$$

6. Исследовать заданную функцию и сделать схематический чертеж ее графика.

$$y = x e^{2x-1}$$

7. Найти неопределенные интегралы.

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt[4]{x} + 3 \sin(2 \ln x) - \ln^2 x}{x} dx \quad \text{б) } \int \operatorname{tg}^4 x dx$$

8. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_2^3 \frac{2x-1}{x^2-4x+5} dx$$

9. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-3}^2 \frac{5dx}{(x+3)^3}$$

10. Вычислить длину дуги полукубической параболы  $y = \sqrt{(x-2)^3}$  от точки А(2;0) до точки В(6;8).

#### 9.5 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
I этап		
УК-1	ИД <sub>УК1</sub> <sup>1</sup> ИД <sub>УК1</sub> <sup>2</sup>	<p>Знает:</p> <p>основные теоремы математического анализа, свойства функций одной и нескольких переменных, свойства определённого, двойного и тройного интегралов, понятие дифференциала и полной производной функции нескольких переменных</p>
УК-2	ИД <sub>УК2</sub> <sup>1</sup>	<p>Умеет:</p>
ОПК-6	ИД <sub>ОПК6</sub> <sup>1</sup> ИД <sub>ОПК6</sub> <sup>2</sup>	<p>использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа при решении профессиональных задач</p>
II этап		
УК-1	ИД <sub>УК1</sub> <sup>2</sup>	<p>Умеет:</p> <p>-самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности; использовать новые знания и применять их в профессиональной деятельности; использовать</p>
УК-2	ИД <sub>УК2</sub> <sup>2</sup>	

Компетенции	Показатели оценивания (индикаторы достижения) компетенций	Критерии оценивания
ОПК-6	ИД <sup>2</sup> <sub>ОПК6</sub>	<p>полученную информацию для личностного развития;</p> <p>-использовать основные теоремы математического анализа при решении профессиональных задач.</p> <p>Владеет:</p> <p>-навыками решения задач математического анализа; решать задачи приложений дифференциального и интегрального исчислений функций нескольких переменных, способностью применения математического аппарата в теоретической и прикладной деятельности</p> <p>-навыками использования математических методов при решении профессиональных задач в том числе с применением стандартных программных средств.</p>

#### Шкала оценивания при проведении промежуточной аттестации

«Отлично» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания по рассматриваемой компетенции и умение уверенно применять их на практике при решении задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. Отвечая на вопрос, может быстро и безошибочно проиллюстрировать ответ собственными примерами. Обучающийся самостоятельно правильно решает задачу, дает обоснованную оценку итогам решения.

«Хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задачи некоторые неточности, хорошо владеет всем содержанием, видит взаимосвязи, но не всегда делает это самостоятельно без помощи преподавателя. Обучающийся решает задачу верно, но при помощи преподавателя.

«Удовлетворительно» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными

разделами учебной программы в рамках заданной компетенции, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации. Отвечает только на конкретный вопрос, соединяет знания из разных разделов курса только при наводящих вопросах преподавателя. Задача решена не полностью, или содержатся незначительные ошибки в расчетах.

«Неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины в рамках компетенций, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач. Не раскрыты глубина и полнота при ответах. Задача не решена даже при помощи преподавателя.

## **9.6 Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам обучения по дисциплине**

### **9.6.1 Примерные контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости**

#### **Примерный перечень вопросов устного опроса**

1. Понятие скалярного поля.
2. Линии и поверхности уровня.
3. Производная по направлению.
4. Градиент скалярного поля.
5. Основные свойства градиента.
6. Правила вычисления градиента.
7. Понятие векторного поля.
8. Векторные линии.
9. Дифференциальные уравнения векторных линий.
10. Понятие потока векторного поля.
11. Свойства потока вектора через поверхность.
12. Поток вектора через незамкнутую поверхность.
13. Поток вектора через замкнутую поверхность.
14. Понятие дивергенции векторного поля.
15. Правила вычисления дивергенции.
16. Трубочатое (соленоидальное) поле.
17. Свойства трубчатого поля.
18. Понятие циркуляции вектора.
19. Ротор (вихрь) векторного поля.
20. Инвариантное определение роторного поля.
21. Физический смысл ротора поля.
22. Правила вычисления ротора.
23. Понятие потенциального поля.

## Примерный вариант письменной аудиторной работы

1. Найти векторные линии векторного поля.

$$\vec{a} = 2y\vec{i} + 6x\vec{j}$$

2. Найти поток векторного поля  $\vec{a}$  через часть плоскости, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью OZ).

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad x + y + z = 1$$

3. Найти поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность, образованную заданными поверхностями (нормаль внешняя) по формуле Остроградского.

$$\vec{a} = (xy^2 + yz)\vec{i} + (x^2y + z^2)\vec{j} + \left(x^2 + \frac{z^3}{3}\right)\vec{k}, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ z = 0 \quad (z \geq 0)$$

4. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль заданного замкнутого контура ( $t \in [0, 2\pi]$ ).

$$\vec{a} = y\vec{i} - z^2\vec{j} + x^2y\vec{k}, \quad x = 2\cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 1$$

5. Найти модуль циркуляции векторного поля  $\vec{a}$  вдоль заданного замкнутого контура  $\Gamma$  по формуле Стокса.

$$\vec{a} = (xz + y)\vec{i} + (yz - x)\vec{j}, \quad \Gamma = \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 3 \end{array} \right\}$$

### 9.6.2 Контрольные вопросы промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

1. Криволинейный интеграл первого рода.
2. Криволинейный интеграл второго рода, его связь с криволинейным интегралом первого рода.
3. Применение криволинейных интегралов.
4. Формула Грина.
5. Необходимые и достаточные условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
6. Формула Ньютона-Лейбница для криволинейных интегралов.
7. Поверхностный интеграл первого рода.
8. Поверхностный интеграл второго рода.
9. Формула Остроградского-Гаусса.
10. Формула Стокса.
11. Применение поверхностных интегралов
12. Понятие скалярного поля.
13. Линии и поверхности уровня.
14. Производная по направлению.

15. Градиент скалярного поля.
16. Основные свойства градиента.
17. Правила вычисления градиента.
18. Понятие векторного поля.
19. Векторные линии.
20. Дифференциальные уравнения векторных линий.
21. Понятие потока векторного поля.
22. Свойства потока вектора через поверхность.
23. Поток вектора через незамкнутую поверхность.
24. Поток вектора через замкнутую поверхность.
25. Понятие дивергенции векторного поля.
26. Правила вычисления дивергенции.
27. Трубочатое (соленоидальное) поле.
28. Свойства трубчатого поля.
29. Понятие циркуляции вектора.
30. Ротор (вихрь) векторного поля.
31. Инвариантное определение роторного поля.
32. Физический смысл ротора поля.
33. Правила вычисления ротора.
34. Понятие потенциального поля.
35. Вычисление криволинейного интеграла в потенциальном поле.
36. Вычисление потенциала в декартовых координатах.
37. Оператор Гамильтона.
38. Оператор Лапласа.
39. Дифференциальные уравнения векторных линий.
40. Градиент в ортогональных координатах.
41. Ротор в ортогональных координатах.
42. Дивергенция в ортогональных координатах.
43. Вычисление потока в криволинейных координатах.
44. Вычисление потенциала в криволинейных координатах.
45. Линейный интеграл и циркуляция в ортогональных криволинейных координатах
46. Оператор Лапласа в ортогональных координатах.

### Типовые задачи для проведения промежуточной аттестации

1. Найти поток векторного поля  $\vec{F}(\vec{R})$  через замкнутую поверхность S:

а)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + xz\vec{e}_2 + 2yz\vec{e}_3$ , S:  $z^3 = x^2 + y^2$ ,  $z = 1$ ;

б)  $\vec{F} = xy\vec{e}_1 + (xz + y)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , S:  $z = x^2 + y^2$ ,  $z = 4$ ;

в)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + xz\vec{e}_2 + 2yz\vec{e}_3$ , S:  $z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z = 1$ ;

г)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + xz\vec{e}_2 + 2yz\vec{e}_3 + \vec{e}_3$ , S:  $z^3 = x + y^2$ ,  $z = 1$ ;

д)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + xz\vec{e}_2 + 2yz\vec{e}_3$ , S: положительный октант сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ;

е)  $\vec{F} = xy\vec{e}_1 + (xz + y)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , S: поверхность цилиндра  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = 4$ ;

1) По определению;

2) По теореме Гаусса-Остроградского.

2. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{F}(\vec{R})$  вдоль замкнутой линии L:

а)  $\vec{F} = xy\vec{e}_1 + (xz + y^2)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , L:  $z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z = 1$ ;

б)  $\vec{F} = xy\vec{e}_1 + (xz + y)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , L:  $z = x^2 + y^2$ ,  $z = 4$ ;

в)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + (xy + z)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , L:  $x + y + z = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ;

г)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + (xy + z)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , L:  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $x = 0$ ;

е)  $\vec{F} = y\vec{e}_1 + (xy + z)\vec{e}_2 + xz\vec{e}_3$ , L:  $x + y + z = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 1$

1) По определению;

2) По теореме Стокса.

3. Какие из следующих полей являются потенциальными?

а)  $\vec{F} = x(z^2 - y^2)\vec{e}_1 + y(x^2 - y^2)\vec{e}_2 + z(y^2 - x^2)\vec{e}_3$ ;

б)  $\vec{F} = y^2\vec{e}_1 - (x^2 + y^2)\vec{e}_2 + z(3y^2 + 1)\vec{e}_3$ ;

в)  $\vec{F} = (1 + 2xy)\vec{e}_1 - zy\vec{e}_2 + (yz - 2zy + 1)\vec{e}_3$

## 10 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методика преподавания дисциплины характеризуется совокупностью методов, приемов и средств обучения, обеспечивающих реализацию содержания и учебно-воспитательных целей дисциплины, которая может быть представлена как некоторая методическая система, включающая методы, приемы и средства обучения. Такой подход позволяет более качественно подойти к вопросу освоения дисциплины обучающимися.

Лекции являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся. Лекция имеет целью дать систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрыть состояние и перспективы прогресса конкретной области науки и экономики, сконцентрировать внимание на наиболее сложных и узловых вопросах.

Лекция предназначена не только и не столько для сообщения какой-то информации, а, в первую очередь, для развития мышления обучаемых. Одним из способов, активизирующих мышление, является такое построение изложения учебного материала, когда обучающиеся слушают, запоминают и конспектируют излагаемый лектором учебный материал, и вместе с ним участвуют в решении проблем, задач, вопросов, в выявлении рассматриваемых явлений. Такой методический прием получил название проблемного изложения.

Практическое занятие проводится в целях выработки практических умений и приобретения навыков при решении задач. Главным содержанием этих занятий является практическая работа каждого студента, форма занятия – групповая, а основной метод, используемый на занятии – метод практической работы. Практическое занятие начинается, как правило, с формулирования его целевых установок. Понимание обучаемыми целей и задач занятия, его значения для специальной подготовки способствует повышению интереса к занятию и активизации работы по овладению учебным материалом. Вслед за этим производится краткое рассмотрение основных теоретических положений, которые являются исходными для работы обучаемых на данном занятии. Обычно это делается в форме опроса обучаемых, который служит также средством контроля за их самостоятельной работой. Обобщение вопросов теории может быть поручено также одному из обучаемых. В этом случае соответствующее задание дается заранее всей учебной группе, что служит дополнительным стимулом в самостоятельной работе. В заключении преподаватель дает оценку ответов обучаемых и приводит уточненную формулировку теоретических положений. Основную часть практического занятия составляет работа обучаемых по выполнению учебных заданий под руководством преподавателя. На практических занятиях благоприятные условия складываются для индивидуализации обучения. При проведении занятий преподаватель имеет возможность наблюдать за работой каждого обучаемого,

изучать их индивидуальные особенности, своевременно оказывать помощь в решении возникающих затруднений. Наиболее успешно выполняющим задание преподаватель может дать дополнительные вопросы, а отстающим уделить больше внимания, как на занятии, так и во вне учебного времени. Каждое практическое занятие заканчивается, как правило, кратким подведением итогов, выставлением оценок каждому студенту и указаниями преподавателя о последующей самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающегося весьма многообразна и содержательна. Она включает следующие виды занятий:

- изучение теоретического материала лекций;
- подготовку к устному опросу;
- подготовка к выполнению практических заданий.

В ходе самостоятельной работы преподаватель обязан прививать обучаемым навыки применения современных вычислительных средств, справочников, таблиц и других вспомогательных материалов, добиваться необходимой точности и быстроты вычислений, оформления работ в соответствии с установленными требованиями.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в виде экзамена в 4 семестре. К моменту сдачи экзамена должны быть успешно пройдены предыдущие формы контроля. Экзамен позволяет оценить уровень освоения компетенций за весь период изучения дисциплины.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 25.03.03 «Аэронавигация».

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры № 8 «Прикладной математики и информатики»

« 11 » 05 2021 года, протокол № 2 .

Разработчик:

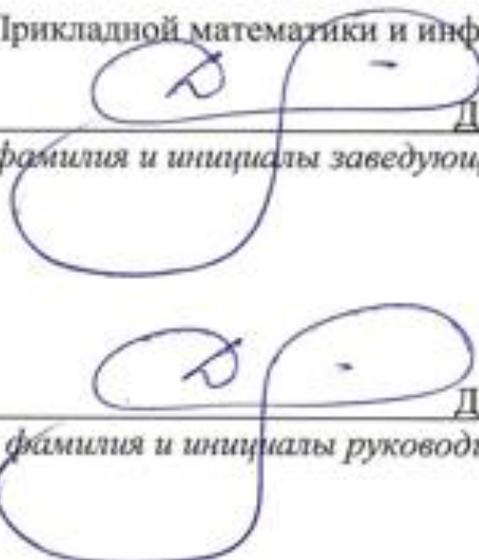


Скакун Е.В.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы разработчика)*

Заведующий кафедрой № 8 «Прикладной математики и информатики»

к.т.н., доцент



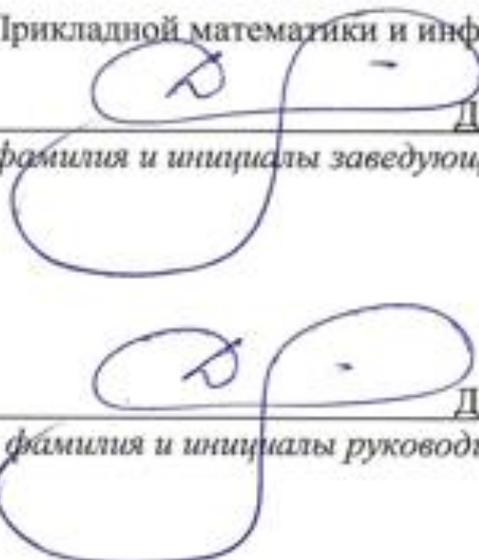
Далингер Я.М.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы заведующего кафедрой)*

Программа согласована:

Руководитель ОПОП ВО

к.т.н., доцент



Далингер Я.М.

*(ученая степень, ученое звание, фамилия и инициалы руководителя ОПОП)*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Учебно-методического совета Университета « 16 » 11/01/20 2021 года, протокол № 7 .